

MAT 2779 (automne 2011)

Devoir 3 - Solutions

Vous devez donner les détails complets dans vos solutions. Afin de recevoir des points pour la question, vous devez clairement justifier votre réponse finale.

Question 1 : [3 points] Nous allons utiliser la somme et la somme des carrées :

$$\sum x_i = 5.7 \quad \text{et} \quad \sum x_i^2 = 3.6678.$$

Nous aurons aussi besoin des valeurs ordonnées du plus petit au plus grand :

$$\begin{array}{cccccc} 0.29 & 0.33 & 0.33 & 0.55 & 0.56 \\ 0.57 & 0.63 & 0.7 & 0.76 & 0.98 \end{array}$$

1. La **moyenne** est $\bar{x} = \sum x_i/n = 5.7/10 = 0.57$.

Le rang de la médiane est $(n + 1) 50\% = 11(0,5) = 5,5$. Alors, la **médiane** est

$$\tilde{x} = (1 - 0,5) y_5 + 0,5 y_6 = 0,5(0,56) + 0,5(0,57) = 0,565.$$

2. L'**étendue** est $y_n - y_1 = 0,98 - 0,29 = 0,69$.

Le rang du premier quartile est $(n + 1) 25\% = 11(0,25) = 2,75$. Alors, le **premier quartile** est

$$q_1 = (1 - 0,75) y_2 + 0,75 y_3 = 0,25(0,33) + 0,75(0,33) = 0,33.$$

Le rang du troisième quartile est $(n + 1) 75\% = 11(0,75) = 8,25$. Alors, le **troisième quartile** est

$$q_3 = (1 - 0,25) y_8 + 0,25 y_9 = 0,75(0,7) + 0,25(0,76) = 0,715.$$

Alors, l'**étendue interquartile** est

$$\text{EIQ} = q_3 - q_1 = 0,715 - 0,33 = 0,385.$$

L'**écart type** est

$$s = \sqrt{\frac{(\sum x_i^2) - (\sum x_i)^2/n}{n - 1}} = \sqrt{\frac{(3.6678) - (5.7)^2/10}{10 - 1}} = 0.2157.$$

3. On obtient les clôtures pour le diagramme en boîte et moustaches. La clôture inférieure est

$$q_1 - 1,5 \text{IQR} = 0,33 - 1,5(0,385) = -0,2475$$

et la clôture supérieure est

$$q_3 + 1,5 \text{ IQR} = 0,715 + 1,5(0,385) = 1,2925.$$

Puisque toutes les valeurs de l'échantillon sont à l'intérieur des deux clôtures, alors il n'y a pas de valeurs aberrantes.

Question 2 : [3 points] Nous allons utiliser la somme et la somme des carrées :

$$\sum x_i = 105,9 \quad \text{et} \quad \sum x_i^2 = 1\,466,81.$$

1. La **moyenne** est $\bar{x} = \sum x_i/n = 105,9/8 = 13,2375$.

Le rang de la médiane est $(n + 1) 50\% = 9(0,5) = 4,5$. Alors, la **médiane** est

$$\tilde{x} = (1 - 0,5) y_4 + 0,5 y_5 = 0,5(12,4) + 0,5(13,4) = 12,9.$$

2. L'**étendue** est $y_n - y_1 = 19,7 - 10 = 9,7$.

Le rang du premier quartile est $(n + 1) 25\% = 9(0,25) = 2,25$. Alors, le **premier quartile** est

$$q_1 = (1 - 0,25) y_2 + 0,25 y_3 = 0,75(10,3) + 0,25(11,9) = 10,7.$$

Le rang du troisième quartile est $(n + 1) 75\% = 9(0,75) = 6,75$. Alors, le **troisième quartile** est

$$q_3 = (1 - 0,75) y_6 + 0,75 y_7 = 0,25(13,9) + 0,75(14,3) = 14,2.$$

Alors, l'**étendue interquartile** est

$$\text{ElQ} = q_3 - q_1 = 14,2 - 10,7 = 3,5.$$

L'**écart type** est

$$s = \sqrt{\frac{(\sum x_i^2) - (\sum x_i)^2/n}{n - 1}} = \sqrt{\frac{(1\,466,81) - (105,9)^2/10}{10 - 1}} = 3,0463.$$

3. On obtient les clôtures pour le diagramme en boîte et moustaches. La clôture inférieure est

$$q_1 - 1,5 \text{ IQR} = 10,7 - 1,5(3,5) = 5,45$$

et la clôture supérieure est

$$q_3 + 1,5 \text{ IQR} = 14,2 + 1,5(3,5) = 19,45.$$

Puisque 19,7 est plus grande que la clôture supérieure, alors elle est une valeur aberrante (c.-à-d. une valeur atypique).

Question 3 : [3 points]

1.

Tendance Centrale

La **moyenne** de l'échantillon est $\bar{x} = 1\ 342,8$ et la **médiane** de l'échantillon est $\tilde{x} = 1336$.

Dispersion

L'**étendue** est $\max - \min = 1515 - 1202 = 313$.

L'**étendue interquartile** est $q_3 - q_1 = 1365 - 1\ 294,5 = 70,5$.

L'**écart type** de l'échantillon est $s = 76,7$.

2. On obtient les clôtures pour le diagramme en boîte et moustaches. La clôture inférieure est

$$q_1 - 1,5 \text{EIQ} = 1\ 294,5 - 1,5(70,5) = 1\ 188,75$$

et la clôture supérieure est

$$q_3 + 1,5 \text{IQR} = 1365 + 1,5(70,5) = 1\ 470,75.$$

Puisque le maximum (qui est 1515) est plus grande que la clôture supérieure, alors la valeur 1515 est une valeur abberante. Donc, il y a des valeurs abberantes.

En alternatif, nous pourrions baser notre réponse sur le diagramme à boîte et moustaches donné dans la question. Il y a deux grandes valeurs aberrantes dans l'échantillon des garçons autistes.

3. On observe :

- Le volume du cerveau médian est plus élevé pour les garçons autistes.
- Le volume du cerveau pour les garçons autistes sont légèrement moins dispersés (ou moins variable), que le volume du cerveau des garçons non-autistes .
- Il y a deux grands volumes cérébraux dans l'échantillon de garçons autistes.

Question 4 : [3 points]

1. La **moyenne** de latence est $\bar{x} = 13,77$ heures. La moyenne des valeurs logarithmiques est $\bar{y} = 2,6023$, alors la **moyenne géométrique** de latence est $g = e^{\bar{y}} = e^{2,6023} = 13,4947$ heures.
2. L'**écart type** de latence est $s_x = 2,872$ heures. L'écart type des valeurs logarithmiques est $s_y = 0,1988$, alors l'**écart type géométrique** de latence est $e^{s_y} = e^{0,1988} = 1,2199$ heures.
3. La distribution des latences logarithmiques est approximativement symétrique, tandis que la distribution des latences a une (forte) asymétrie positive.

Questions Minitab :

Exercice 9.1 : [4 points]

Avec la commande DESCRIBE de Minitab, nous avons obtenu les statistiques descriptives suivantes.

Statistiques descriptives : king, gentoo, chinstrap

Variable	N	N*	Moyenne	ErT		Minimum	Q1	Médiane	Q3
				moyenne	EcTyp				
king	11	0	90.873	0.672	2.228	86.700	89.300	91.200	93.100
gentoo	11	0	80.164	0.563	1.866	77.300	78.500	80.400	81.500
chinstrap	11	0	74.527	0.382	1.267	72.500	73.200	74.900	75.200

Variable	Maximum
king	94.100
gentoo	83.500
chinstrap	76.300

(a)

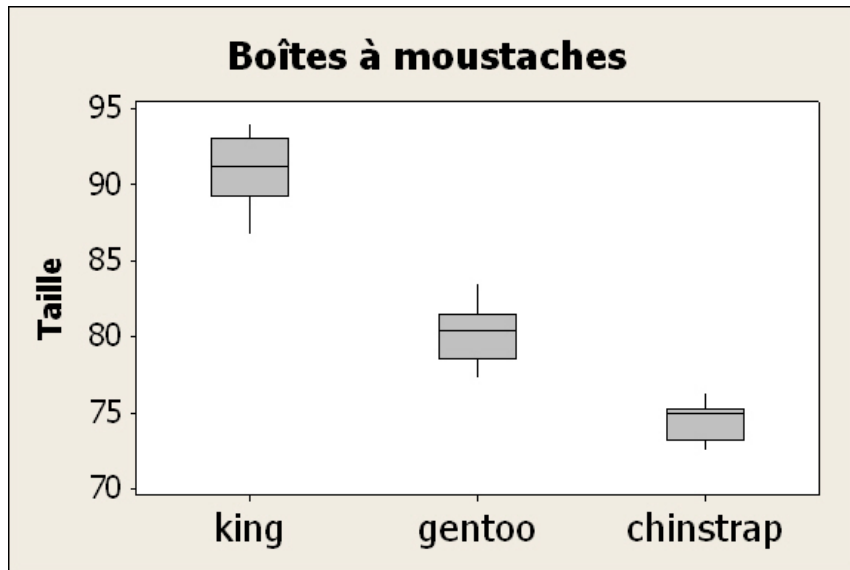
	king (Royal)	gentoo (Papou)	chinstrap (Jugulaire)
moyenne (\bar{x})	90,873	80,164	74,527
écart type (s)	2,228	1,866	1,267

(b)

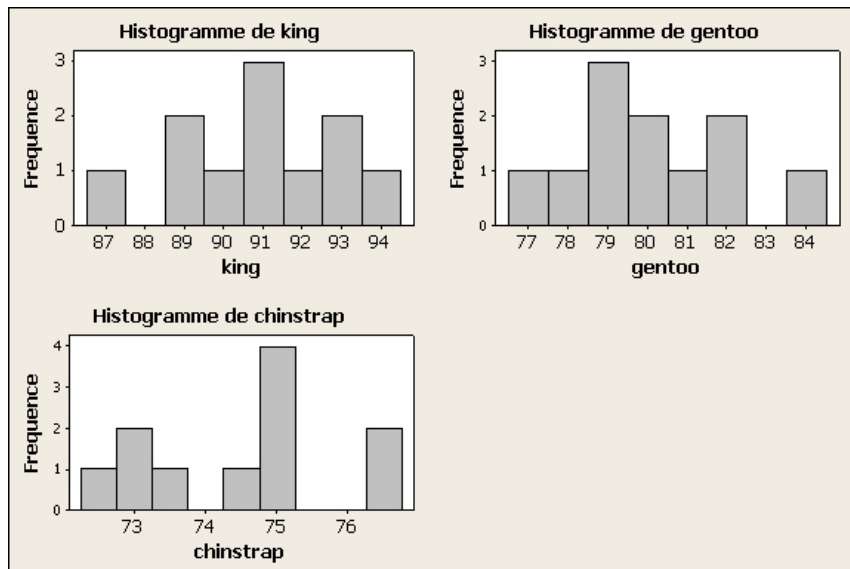
	king (Royal)	gentoo (Papou)	chinstrap (Jugulaire)
moyenne	90,873	80,164	74,527
premier quartile (q_1)	89,3	78,5	73,2
2ième quartile (médiane) ($q_2 = \tilde{x}$)	91,2	80,4	74,9
3ième quartile (q_3)	93,1	81,5	75,2
étendue interquartile (EIQ = $q_3 - q_1$)	3,8	3	2

(c) Décrire les diagrammes en boîtes à moustaches :

- Il n'y a pas de valeurs aberrantes parmi chacun des groupes.
- La longueur médiane est plus importante pour les manchots royaux (king), puis les manchots papous (gentoo), suivis par les manchots à jugulaires (chinstrap).
- Il y a plus de variabilité dans les longueurs des manchots royaux, versus les deux autres espèces.



(d)



La distribution de la longueur de manchots à jugulaire semble différentes aux distributions des longueurs des deux autres espèces.

Exercice 9.6(a) : [2 points]

Ci-dessous nous trouvons les diagrammes à boîte et moustaches pour la concentration de monoxyde de carbone aux deux endroits.

- Il n'y a pas de valeurs aberrantes au sein de chaque groupe.
- La concentration médiane de monoxyde de carbone est plus petite au premier endroit.
- La concentration de monoxyde de carbone est moins dispersée (c'est-à-dire moins variable) au premier endroit.

