MAT 2779, Introduction à la bio-statistique

Solutionnaire du Devoir 2
Échéance : mercredi, le 5 octobre, 2011

$Total = 20$ points

Problème 6.2. (2 points)
a)

X	0	1	2	3	4
$P(X = x)$	0,65	0,216	0,07	0,042	0,022

(b) $P(X \geq 3) = P(X = 3) + P(X = 4) = 0{,}042 + 0{,}022 = 0{,}064$.
(c) $E(X) = 0(0{,}65) + 1(0{,}216) + 2(0{,}07) + 3(0{,}042) + 4(0{,}022) = 0{,}57$.

Problème 6.3. (2 points)

Soit X le nombre d'enfants aux yeux bleus. X suit une loi binomiale avec $n = 3$ et $p = 0{,}25$.
(a) $P(X = 3) = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix} (0{,}25)^3(0{,}75)^0 = 0{,}0156$
(b) $P(X = 0) = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix} (0{,}25)^0(0{,}75)^3 = 0{,}4219$
(c) $P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - 0{,}4219 = 0{,}5781$.

Problème 6.6. (2 points)

Soit X le nombre d'esturgeons qui soient assez gros pour avaler un saumon entier parmi $n = 10$ esturgeons. X suit une loi binomiale avec $n = 10$ et $p = 0{,}45$.
a) $P(X = 0) = \begin{pmatrix} 10 \\ 0 \end{pmatrix} (0{,}45)^0(0{,}55)^{10} = 0{,}0025$.
b) $P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - 0{,}0025 = 0{,}9975$
c)

$$\begin{aligned} P(2 \leq X \leq 5) = & \begin{pmatrix} 10 \\ 2 \end{pmatrix} (0{,}45)^2(0{,}55)^8 + \begin{pmatrix} 10 \\ 3 \end{pmatrix} (0{,}45)^3(0{,}55)^7 \\ & + \begin{pmatrix} 10 \\ 4 \end{pmatrix} (0{,}45)^4(0{,}55)^6 + \begin{pmatrix} 10 \\ 5 \end{pmatrix} (0{,}45)^5(0{,}55)^3 \\ = & \; 0{,}7152 \end{aligned}$$

Problème 7.1. (2 points)

Soit X la hauteur d'un garçon de 8 ans choisi au hasard. Alors, $X \sim N(125, 8^2)$.
(a)

$$P(X < 122) = \Phi\left(\frac{122 - 125}{8}\right) = \Phi(-0{,}375) = 0{,}3538.$$

N.B. On a utilisé la moyenne de 0,352 et 0,3557.

(b)

$$\begin{aligned} P(122 < X < 130) &= \Phi\left(\frac{130-125}{8}\right) - \Phi\left(\frac{122-125}{8}\right) \\ &= \Phi(0{,}625) - \Phi(-0{,}375) \\ &= 0{,}7340 - 0{,}3538 = 0{,}3802 \end{aligned}$$

N.B. On a utilisé $\Phi(0{,}625) = (0{,}7324 + 0{,}7357)/2 = 0{,}7340$.

(c)

$$0{,}95 = P(X < h) = \Phi\left(\frac{h-125}{8}\right).$$

Alors $(h - 125)/8 = 1{,}645$ et ceci implique $h = 125 + 8(1{,}645) = 138{,}16$.

N.B. On a utilisé $z = 1{,}645$, puisque $\Phi(1{,}64) = 0{,}9495$ et $\Phi(1{,}65) = 0{,}9505$.

Problème 7.3. (2 points)

a)

$$P(X \leq 0) = \Phi\left(\frac{0-2}{0{,}7}\right) = \Phi(-2{,}86) = 0{,}0021.$$

(b) Soit Y le nombre de semis qui ont germiné parmi $n = 25$. La variable aléatoire Y suit une loi binomiale avec $n = 25$ et $p = 1 - 0{,}0021 = 0{,}9979$. On veut la probabilité

$$P(Y = 25) = \begin{pmatrix} 25 \\ 25 \end{pmatrix} (0{,}9979)^{25}(0{,}0021)^0 = 0{,}9488.$$

Problème 8.10. (2 points)

(a) On utilise la notation f pour un échantillon d'une femelle et m pour un échantillon d'un mâle. Voici un tâbleau des résultats possibles et les probabilités correspondantes. On suppose que nous avons des chances égales (c.-à-d. de 50%) que l'échantillon soit d'un mâle ou d'une femelle.

résultat	probabilité
fff	$(1/2)^3 = 1/8$
ffm	1/8
fm	$(1/2)^2 = 1/4$
mf	1/4
mmf	1/8
mmm	1/8

La loi de probabilité de X est

x	2	3
$f(x) = P(X = x)$	1/2	1/2

Alors sa valeur espérée est

$$E(X) = 2(1/2) + 3(1/2) = 2{,}5.$$

(b) La loi de probabilité de Y est

x	0	1	2	3
$f(x) = P(X = x)$	1/8	5/8	1/8	1/8

Alors sa valeur espérée est

$$E(Y) = 0(1/8) + 1(5/8) + 2(1/8) + 3(1/8) = 10/8 = 1{,}25.$$

Problème 6.5 [Répondre avec Minitab]. (2 points)

En supposant que le médicament n'ait pas d'effet en termes de réduction de la douleur alors la probabilité que la douleur disparait est 0,5. Soit X le nombre de patients parmi $n = 20$ avec une réduction importante de leur douleur. On veut

$$P(X \geq 17) = 1 - P(X \leq 16).$$

Avec Minitab, on obtient

Fonction de répartition

```
Binomiale avec n = 20 et p = 0.5

 x  P( X <= x )
16     0.998712
```

Alors,

$$P(X \geq 17) = 1 - P(X \leq 16) = 1 - 0{,}998712 = 0{,}0013.$$

Problème 7.2 [Répondre avec Minitab]. (2 points)

Soit X la longueur d'une baleine bleue. Alors $X \sim N(33; 4^5)$. On veut $P(X > 35)$.

Avec Minitab, on obtient

Fonction de répartition

```
Normale avec moyenne = 33 et écart type = 4

 x  P( X <= x )
35     0.691462
```

Alors, $P(X > 35) = 1 - P(X \leq 35) = 1 - 0{,}691462 = 0{,}3085$.