

Université d'Ottawa
Département de Mathématiques et Statistique

MAT1720 C : Calcul différentiel et intégral I
Instructeur : Guy Beaulieu

Examen final – le samedi, 16 avril 2011

Nom _____ Prénom _____

d'étudiant _____

Lisez attentivement les directives avant de commencer le test :

- Aucune calculatrice ne sera permise pour l'examen.
- Votre manuel ou autres livres, vos notes de cours et des antisèches NE seront PAS permis.
- L'étudiant doit présenter sa carte d'étudiant sur demande.
- **Démontrez tout votre travail, clairement et en ordre**, si vous voulez obtenir tous vos points. Je me réserve le droit d'enlever des points si je ne peux pas voir le raisonnement de votre réponse (même si votre réponse finale est correcte).
- Justifiez vos réponses algébriquement lorsque vous le pouvez pour vous assurer d'obtenir tous les points.
- **Encerclez ou indiquez clairement vos réponses finales.**
- L'examen contient **DIX-SEPT** problèmes et vaut **100** points. C'est votre responsabilité de vérifier que vous avez toutes les pages !
- Bonne chance !

Q	Points	Note
1	14	
2	3	
3	5	
4	9	
5	5	
6	3	
7	3	
8	5	
9	5	
10	4	
11	3	
12	3	
13	3	
14	4	
15	22	
16	4	
17	5	
TOTAL		/100

1. Trouvez la dérivée des fonctions suivantes.

VOUS NE DEVEZ PAS SIMPLIFIER VOS RÉPONSES.

[3 pts] (a) $f(x) = \sqrt{x} \arctan(x)$

[3 pts] (b) $f(x) = \frac{2^x - 1}{\ln(x)}$

[4 pts] (c) $f(x) = \cos(x^{-1} - 5x^2 + 3)$

[4 pts] (d) $f(x) = e^{\sin(3x^4-1)}$

[3 pts] 2. Déterminez la dérivée de la fonction $f(x)$ à partir de la **définition de base**.

$$f(x) = \frac{2}{x}$$

- [5 pts] 3. Une courbe dans le plan cartésien est donnée par la relation $x^2 + xy + y^2 - 5x = 4$.
Trouvez la pente de la droite tangente de la courbe au point $(0, 2)$.

4. Calculez les limites suivantes.

[4 pts] (a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{\ln(x)}{2\sqrt{x}} \right)$.

[5 pts] (b) $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin(x) \ln(x))$.

[5 pts] 5. Un jardin rectangulaire de 24 m^2 sera entouré d'une clôture et sera séparé en deux parties égales par une section de clôture parallèle à l'un des côtés du jardin. Quelle dimension du jardin nécessitera la plus petite longueur totale de clôture ?

[3 pts] 6. Un contenant cylindrique d'un rayon de 5 m est rempli d'eau avec un taux de $3 \text{ m}^3/\text{min}$. Déterminez le taux avec lequel l'hauteur de l'eau augmentera.

[3 pts] 7. Étant donné la fonction $f(x) = \tan(x)$, déterminez l'approximation linéaire de $f(x)$ en $a = 0$ et estimez la valeur de $f(0,15)$.

- [5 pts] 8. Trouvez le domaine de définition, les abscisses et l'ordonnée à l'origine et les asymptotes pour $f(x) = \frac{2}{e^x + 1}$.

- [5 pts] 9. Trouvez les intervalles de croissance et de décroissance et tous les maximums et les minimums locaux qui existent pour la fonction $f(x)$.

Supposez que $f(x)$ est définie pour tous les nombres réels et **possède comme première dérivée** $f'(x) = \frac{(x - 5)^2(x + 1)}{x - 1}$.

[4 pts] 10. Esquissez le graphique de la fonction $y = f(x)$ qui possède les propriétés suivantes.

- Domaine de définition : $] - \infty, 1[\cup] 1, \infty[$.

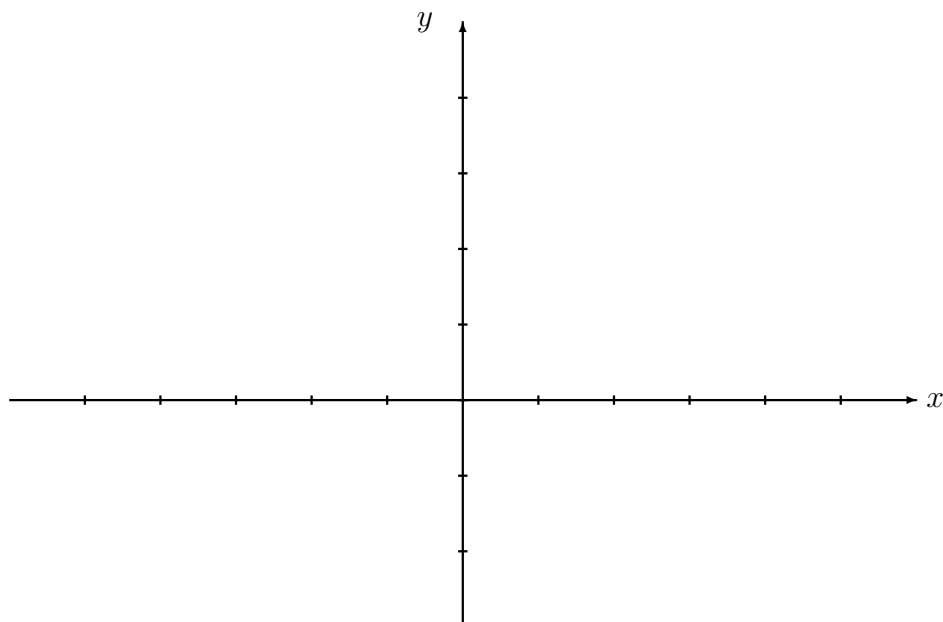
- ordonnée à l'origine : $y = 2$.

- abscisses à l'origine : $x = -1$.

- $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \infty$.

- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 2$.

intervalle	f'	intervalle	f''
$] - \infty, 1[$	positive	$] - \infty, -1[$	négative
$] 1, \infty[$	négative	$] - 1, 1[$	positive
		$] 1, \infty[$	positive



[3 pts] 11. Trouvez $f(x)$ si $f'(x) = 8x + \sin(x)$ et $f(0) = \pi$.

[3 pts] 12. Estimez l'aire sous le graphique de $f(x) = \sqrt{x}$ depuis $x = 0$ jusqu'à $x = 4$ en vous servant de quatre rectangles et des extrémités droites.

[3 pts] 13. Soit f et g deux fonctions continues telles que

$$\int_2^0 f(x) dx = \pi, \quad \int_0^2 g(x) dx = 6\pi$$

trouvez la valeur de

$$\int_0^2 (3g(x) + f(x)) dx$$

[4 pts] 14. Trouvez $\frac{d}{dx} \left[\int_0^{x^2} \sqrt{1+t^3} dt \right]$.

15. Trouvez les intégrales indéfinies suivantes par n'importe quelle technique d'intégration appropriée.

[3 pts] (a) $\int \frac{4x^2 + x\sqrt{x}}{x^3} dx.$

[4 pts] (b) $\int xe^{x^2+1} dx.$

[4 pts] (c) $\int x^2 \ln x \, dx.$

[6 pts] (d) $\int \frac{9}{x(x^2 + 9)} dx.$

[5 pts] (e) $\int \frac{x^3}{\sqrt{16-x^2}} dx.$

[4 pts] 16. Évaluez $\int_0^1 \frac{e^x + 1}{e^x + x} dx$.

[5 pts] 17. Calculez la limite suivante

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x (e^t - 1 - t) dt}{x^3}.$$