Problème 1

a) Pour répondre à cette question, il faut calculer l'écart type, qui lui requiert le calcul de l'espérance des flux monétaires.

$$E(FM_A) = \sum_{j=1}^{n} FM_{A,j} \times p_j = 1000 \times 0,3 + 800 \times 0,4 + 500 \times 0,3$$

$$= 770\$$$

$$\sigma_A = \sqrt{\sum_{j=1}^{n} \left(FM_{A,j} - E\left(FM_A\right)\right)^2 \times p_j} = \sqrt{(230)^2 \times 0,3 + (30)^2 \times 0,4 + (-270)^2 \times 0,3}$$

$$= 195.19\ \$$$

$$E(FM_B) = \sum_{j=1}^{n} FM_{B,j} \times p_j = 1100 \times 0,3 + 900 \times 0,4 + 300 \times 0,3$$

$$= 780\ \$$$

$$\sigma_B = \sqrt{\sum_{j=1}^{n} \left(FM_{B,j} - E\left(FM_B\right)\right)^2 \times p_j} = \sqrt{(320)^2 \times 0,3 + (120)^2 \times 0,4 + (-480)^2 \times 0,3}$$

$$= 324,96\ \$$$

$\sigma_B \rangle \sigma_A \Rightarrow$ Investir aux États-Unis est plus risqué qu'investir en Europe.

b)

$$\sigma_{A,B} = E\left[\left(FM_A - E(FM_A)\right)\left(FM_B - E(FM_B)\right)\right] = (230 \times 320 \times 0,3) + (30 \times 120 \times 0,4) + (-270 \times -480 \times 0,3)$$

$$= 62400$$

$$\sigma_{A,B} = \rho_{A,B} \times \sigma_A \times \sigma_B \Rightarrow \rho_{A,B} = \frac{\sigma_{A,B}}{\sigma_A \times \sigma_B} = \frac{62\,400}{195,19 \times 324,96}$$

$$= 0,9837$$

c) Les deux projets sont fortement corrélés. L'entreprise ne profitera pas d'un grand effet de diversification si elle investit dans les deux.

d) Calculons les proportions x_A et x_B à investir dans chaque projet :

$$x_A = \frac{500\ 000}{500\ 000 + 700\ 000} = 41{,}67\ \% \Rightarrow x_b = 1 - x_A = 58{,}32\ \%$$

$$\sigma_{A+B} = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} x_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^{N} \sum_{i=1}^{N} x_i x_j \sigma_{i,j}} = \sqrt{(41{,}67\%)^2 \times (195{,}19)^2 + (58{,}32\%)^2 \times (324{,}96)^2 + 2 \times 41{,}67\% \times 58{,}32\% \times 62400}$$

$$= 269{,}92$$

Problème 2

a)

$$E(R_A) = \sum_{j=1}^{n} R_{A,j} p_j = 0{,}3 \times 8\ \% + 0{,}4 \times 12\% + 0{,}3 \times 20\ \% = 13{,}2\%$$

$$E(R_B) = \sum_{j=1}^{n} R_{B,j} p_j = 0{,}3 \times 10\ \% + 0{,}4 \times 10\ \% + 0{,}3 \times 25\ \% = 14{,}5\%$$

$$\sigma_A = \sqrt{\sum_{j=1}^{n} \left(R_{A,j} - E(R_A)\right)^2 \times p_j} = \sqrt{(-5{,}2\ \%)^2 \times 0{,}3 + (-1{,}2\ \%)^2 \times 0{,}4 + (6{,}8\ \%)^2 \times 0{,}3}$$

$$= 4{,}75\ \%$$

$$\sigma_B = \sqrt{\sum_{j=1}^{n} \left(R_{B,j} - E(R_B)\right)^2 \times p_j} = \sqrt{(-4{,}5\ \%)^2 \times 0{,}3 + (-4{,}5\ \%)^2 \times 0{,}4 + (10{,}5\ \%)^2 \times 0{,}3}$$

$$= 6{,}87\ \%$$

b)

$$CV_A = \frac{\sigma(R_A)}{E(R_A)} = \frac{4{,}75\ \%}{13{,}2\ \%} = 0{,}36$$

$$CV_B = \frac{\sigma(R_B)}{E(R_B)} = \frac{6{,}87\ \%}{14{,}5\%} = 0{,}47$$

On choisit alors le titre A.

Problème 3

a)

$$\sigma_{A,B} = E\left[\left(R_A - E(R_A)\right)\left(R_B - E(R_B)\right)\right] = \left(-5,2\% \times -4,5\% \times 0,3\right) + \left(-1,2\% \times -4,5\% \times 0,4\right) + \left(6,8\% \times 10,5\% \times 0,3\right)$$

$$= 0,306\%$$

$$o_{A,B} = \rho_{A,B} \times \sigma_A \times \sigma_B \Rightarrow \rho_{A,B} = \frac{\sigma_{A,B}}{\sigma_A \times \sigma_B} = \frac{\square 0,306\,\%}{4,75\,\% \times 6,87\,\%}$$

$$= 0.94$$

b)

$$E\left(R_P\right) = \sum_{i=1}^{N} x_i E\left(R_i\right) = 0,5 \times 13,2\% + 0,5 \times 14,5\% = 13,85\%$$

$$\sigma_{A+B} = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} x_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^{N} \sum_{i=1}^{N} x_i x_j \sigma_{i,j}} = \sqrt{(0,5)^2 \times (4,75\,\%)^2 + (0,5)^2 \times (6,87\,\%)^2 + 2 \times 0,5 \times 0,5 \times 0,306\,\%}$$

$$= 5,72\,\%$$