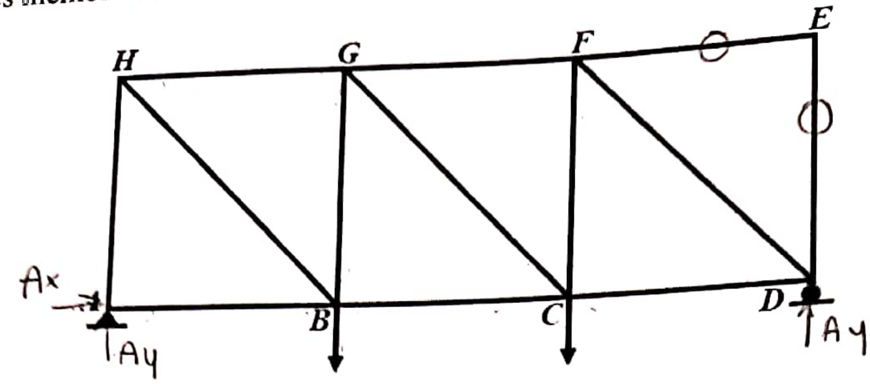
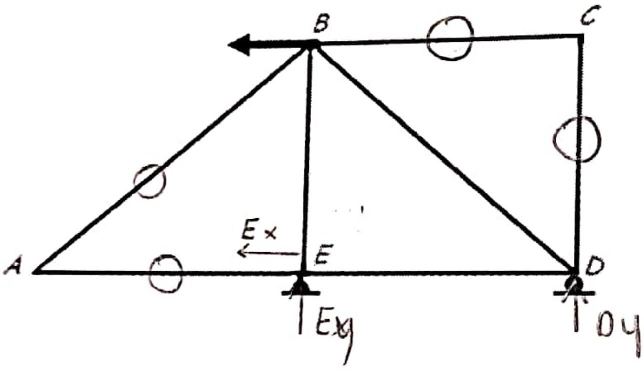
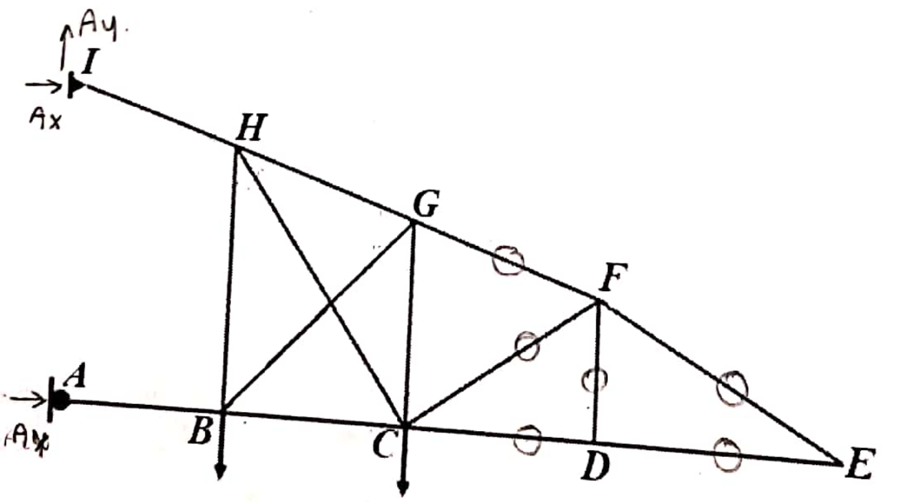
Problème 1 : Membres à force nulle *(20 points)*

Déterminez les membres à force nulle pour les trois (3) treillis représentés ci-dessous.





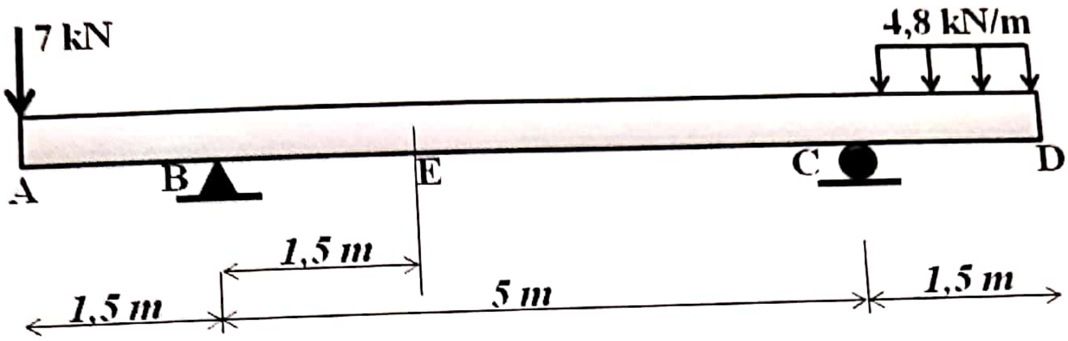


Problème 2 : Moments d'aires *(40 points)*

Pour la poutre illustrée ci-dessous, utilisez la **méthode des moments d'aires** pour déterminer en termes de *EI*:

- La pente aux points **B** et **E** (θ_B et θ_E).
- Le déplacement vertical au point **D** (Δ_D).

Veuillez indiquer toutes vos étapes de calculs et montrer l'origine de chaque valeur.
EI est constant le long de la poutre. B est une rotule et C est une rouleau.



Problème 3 : Poutre conjuguée *(40 points)*

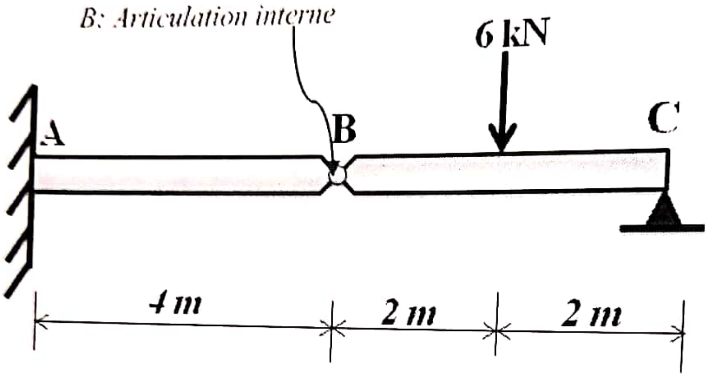
Pour la poutre illustrée ci-dessous :

1- Tracez le diagramme du moment fléchissant.

2- Tracez la forme de la courbe élastique.

3- En utilisant la méthode **de la poutre conjuguée**, déterminez la pente au point C (**θ_C**).

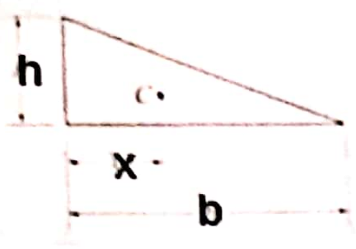
Donnez vos réponses en termes de *EI*. *EI* est constant le long de la poutre.
Veuillez indiquer toutes vos étapes de calculs et montrer l'origine de chaque valeur.
A est un encastrement, B est une articulation interne ($M_B = 0$) et C est une rotule.



Note: The equations must not contain lower order terms

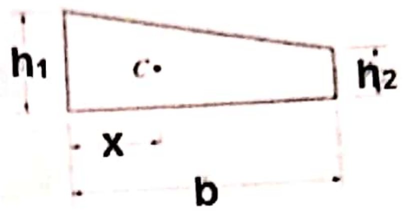
Triangle :

$$A = \frac{1}{2} bh \qquad \bar{x} = \frac{1}{3} b$$



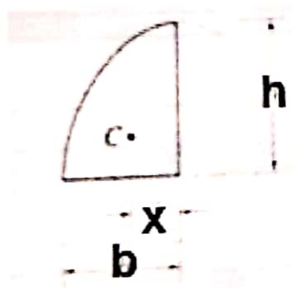
Trapèze :

$$A = \frac{1}{2} b(h_1 + h_2) \qquad \bar{x} = \frac{b}{3}\left(\frac{2h_2 + h_1}{h_1 + h_2}\right)$$



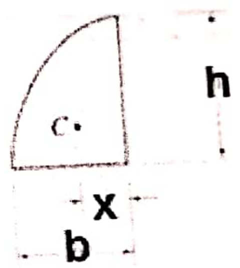
Semi-Parabolique (n = 2 seulement)

$$A = \frac{2}{3} bh \qquad \bar{x} = \frac{3}{8} b$$



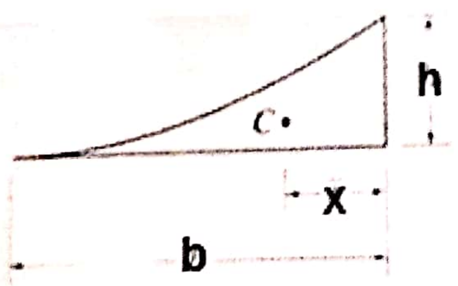
Semi-Parabola (n ≥2)

$$A = bh\left(\frac{n}{n+1}\right) \qquad \bar{x} = \frac{b}{2}\left(\frac{n+1}{n+2}\right)$$



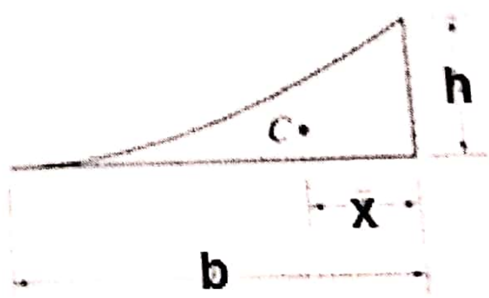
Spandrel (n = 2 seulement)

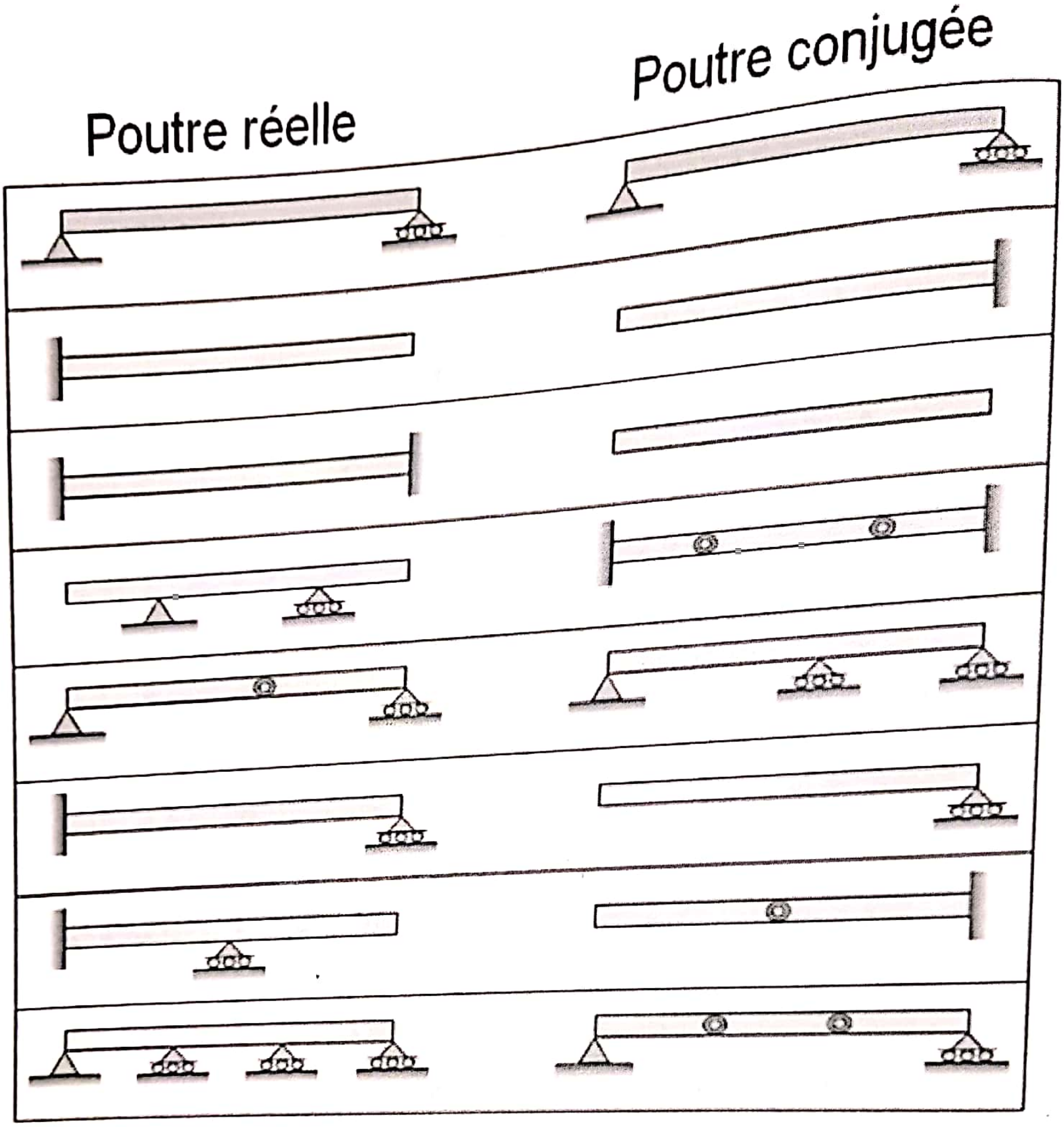
$$A = \frac{1}{3} bh \qquad \bar{x} = \frac{1}{4} b$$



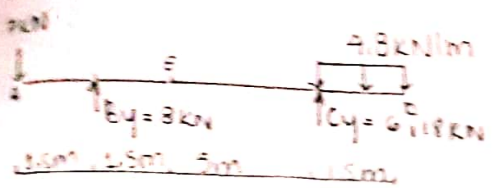
Spandrel (n ≥2)

$$A = bh\left(\frac{1}{n+1}\right) \qquad \bar{x} = b\left(\frac{1}{n+2}\right)$$





Poutre réelle
Poutre conjugée



1. Calcul des réactions

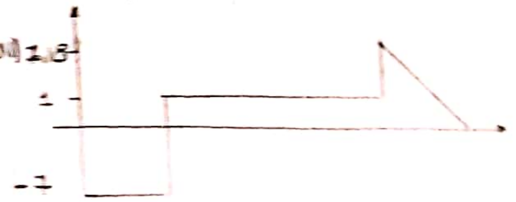
$\Sigma M_B = 7(1.5) + C_y(5) - 4.8(1.5)(5.75) = 0$

$C_y = 6.18\,kN \uparrow$

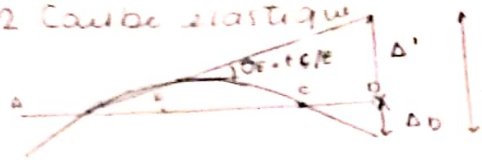
$\Sigma F_y = -7 + B_y + 6.18 - 4.8(1.5) = 0$

$B_y = 3\,kN \uparrow$

3. Diagramme V et M

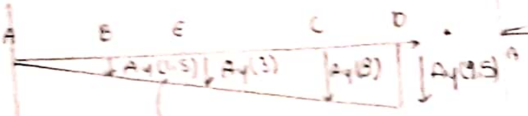


2. Courbe élastique



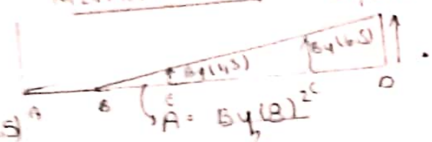
$\theta_B = t_{C/B}$.

Moment de Ay



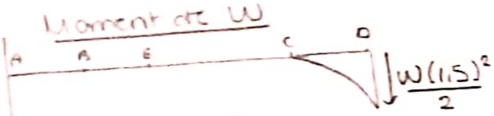
$A = \frac{Ay(9.5)^2}{2}$

Moment de By



$A = \frac{By(8)^2}{2}$

Moment de W



$\frac{w(1.5)^2}{2}$

$A = \frac{w(1.5)^3}{6}$

4. pente en B.

$\theta_B = \frac{t_{C/B}}{L_{C/B}} = Aire\left[\frac{M}{EI}\right]_B^C \cdot \bar{x}_C = \left[-7(1.5)(6.5)\left(\frac{6.5}{2}\right) - \frac{7(6.5)}{2}(6.5)\left(\frac{1}{3}6.5\right)\right.$

$\left. + \frac{8(6.5)^2}{2}\left(\frac{1}{3}6.5\right)\right] \cdot \frac{1}{EI} \times \frac{1}{6.5}$

$= \boxed{\frac{-27}{EI}\ rad}$ ↻ (horaire)

- déflexion au point D.

$\Delta_D = t_{D/B} - \Delta' = t_{D/B} - \frac{L_{D/B}}{L_{C/B}} t_{C/B} = t_{D/B} - \frac{8}{6.5} t_{C/B}$.

$t_{D/B} = Aire\left[\frac{M}{EI}\right]_B^D \cdot \bar{x}_D = \left[-7(1.5)(8)\left(\frac{8}{2}\right) - \frac{7(8)^2}{2}\left(\frac{1}{3}8\right)\right.$

$\left. + \frac{8(8^2)}{2}\left(\frac{1}{3}8\right) - \frac{4.8(1.5^3)}{6}\left(\frac{1}{4}1.5\right)\right]$

$= \boxed{\frac{-251.67}{EI}}$

$\Delta_D = \frac{-251.67}{EI} - \frac{8}{6.5} \times \frac{-175.5}{EI} = \frac{-35.67}{EI}$

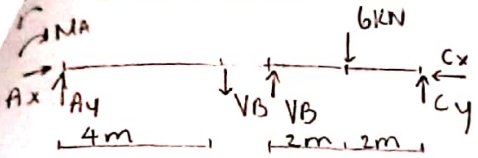
- pente au point E

$\theta_E = \frac{t_{C/E}}{L_{CE}} = Aire\left[\frac{M}{EI}\right]_C^E \cdot \frac{\bar{x}_C}{L_{CE}} = \frac{1}{5}\left[-7(3)\left(\frac{5^2}{2}\right) - 7\left(\frac{5^2}{2}\right)\left(\frac{1}{3}5\right)\right.$

$\left. + 3(1.5)\left(\frac{5^2}{2}\right) + \frac{3(5)^2}{2}\left(\frac{1}{3}5\right)\right] \times \frac{1}{EI}$

$= \frac{1}{5}\left(\frac{-91.7}{EI}\right) = \boxed{\frac{-18.3}{EI}\ rad}$ (horaire)

Question 3



1. trouver les reactions

Partie BC

$\Sigma M_B : -6(2) + C_y(4) = 0 \rightarrow C_y = 3\,KN \uparrow$

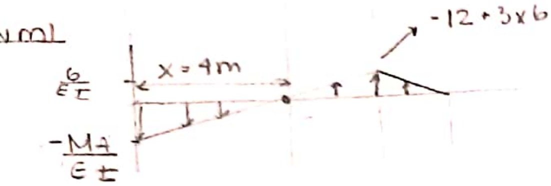
$\Sigma F_y : V_B - 6 + 3 = 0 \rightarrow \boxed{V_B = 3\,KN \uparrow}$

Partie AB

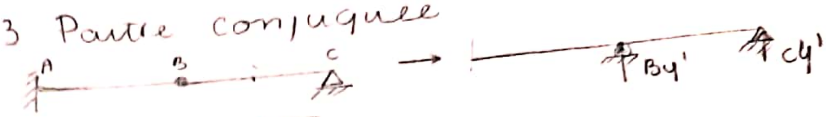
$\Sigma F_y : A_y - V_B = 0 \rightarrow \boxed{A_y = 3\,KN \uparrow}$

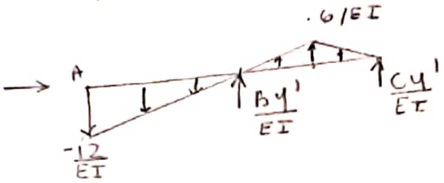
$\Sigma M_A : -M_A - V_B(4) = 0 \rightarrow \boxed{M_A = 12\,KNm}$

2. Diagramme V et M



3 Poutre conjuguée





4 Calcul des réactions de la poutre conjuguée.

$\Sigma M_{C'} = -\frac{1}{2}\left(\frac{6}{EI}(2)\left(\frac{2}{3}\times 2\right)\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{6\times 2}{EI}\left(\frac{1}{3}2+2\right)\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{12\times 4}{EI}\right)\left(\frac{2}{3}4+4\right) - \frac{B_y'}{EI}(4) = 0$

$0 = -8. -16. +160. - B_y'(4)$

$\boxed{B_y' = \frac{34\,KN}{EI} \uparrow}$

$\Sigma F_y = -\frac{12\times 4}{2EI} + \frac{34}{EI} + \frac{6(2)}{2EI} + \frac{6\times 2}{2EI} + \frac{C_y'}{EI} = 0$

$-24 + 34 + 6 + 6 + C_y' = 0 \rightarrow \boxed{C_y' = -\frac{22\,KN}{EI} \downarrow}$

$\boxed{\theta_C = C_y' = \frac{22\,KN}{EI}\ rad}$

Courbe elastique