



Université d'Ottawa • University of Ottawa

Faculté des sciences
Mathématiques et de statistique

Faculty of Science
Mathematics and Statistics

Examen Final- MAT1722(x)- Printemps-Été 2020

Professeur : M'hammed Mountassir
28 Juillet 2020

Nom et Prénom de l'étudiant(e) : -----

Numéro d'étudiant(e): -----

Instructions :

- Durée : 180 minutes+30 minutes pour soumettre votre examen.
 - L'examen est à livre ouvert.
- L'examen comporte 10 questions à choix multiples (notées 3 points chacune) et 4 questions à développement.
- Recopiez vos réponses aux questions à choix multiples dans le tableau de la page 2.

Question	Question1 à 10	Question11	Question12	Question13	Question14	Note globale
Note	/30	/4	/5	/6	/5	/50

585, av. King-Edward
Ottawa (Ontario) K1N 6N5 Canada

585 King Edward Avenue
Ottawa, Ontario K1N 6N5 Canada

(613) 562-5864 • Téléc./Fax (613) 562-5776
Courriel/Email: uomaths@science.uottawa.ca

QUESTIONS À CHOIX MULTIPLES :

Recopiez les lettres correspondantes à vos réponses dans le tableau suivant :

Questions	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10
Votre réponse										

Question1: Après avoir résolu l'équation différentielle suivante

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x+1} \text{ Satisfaisant la condition } y(1) = 4.$$

Donner la valeur de y(2).

- A) 6 B) 7,5 C) 8 D) 5 E) 4,5 F) 9

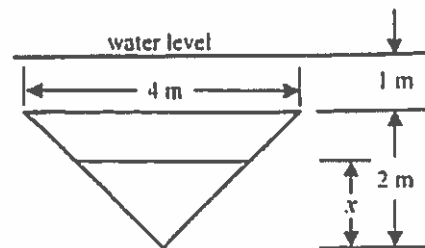
Question2 : Soit R la région délimitée par les courbes $y = x^2$ et $y = 2x$.
Déterminer le volume du solide obtenu en faisant tourner la région R autour de l'axe des y.

- A) $\frac{\pi}{2}$ B) $\frac{4\pi}{3}$ C) $3\frac{\pi}{8}$ D) $\frac{12\pi}{5}$ E) $\frac{16\pi}{3}$ F) $\frac{8\pi}{3}$

Question3: Un réservoir cylindrique plein d'essence a une profondeur de 5 mètres et un rayon de 2 mètres. Calculer le travail nécessaire pour remonter toute cette essence de ce réservoir. La densité de l'essence est de 100 Kg/mètre cube.

- A) $6,28 \times 10^6$ (J) B) $3,17 \times 10^4$ (J) C) $1,54 \times 10^5$ (J)
 D) $2,92 \times 10^7$ (J) E) $5,51 \times 10^4$ (J) F) $3,14 \times 10^7$ (J)

Question 4: Une surface triangulaire est submergée dans l'eau dont la densité est égale à $\rho \text{ kg/m}^3$, telle que le haut de la surface soit à une profondeur d'un mètre sous l'eau (comme indiqué dans le graphique).



Soit x la distance séparant un élément horizontal de cette surface et le bas du triangle. Alors la force agissant sur cette surface est donnée par l'une des formules suivantes. Laquelle? (on ne vous demande pas de la calculer).

- A) $\int_0^3 2\rho gx(3-x)dx$
 B) $\int_0^2 2\rho gx(1+x)dx$
 C) $\int_0^2 2\rho gx(3-x)dx$
 D) $\int_0^3 \rho gx(3-x)dx$
 E) $\int_0^2 \rho gx(3-x)dx$
 F) $\int_0^3 2\rho gx(1+x)dx$

Question 5 : Une culture de bactéries croît exponentiellement. Au début la population est de 10 000 bactéries et elle atteint 30 000 après 2 jours. À quel moment cette population atteindra-t-elle 100 000 bactéries.

- A) $\frac{\ln 10}{\ln 3}$ B) $\frac{10 \ln 3}{\ln 10}$ C) $\frac{7 \ln 10}{\ln 3 + \ln 10}$ D) $\frac{2 \ln 10}{\ln 3}$ E) $\frac{13}{\ln 3 + \ln 10}$ F) $\ln 3 + \ln 10$

Question 6: On applique la méthode d'Euler avec $h=0,1$ pour trouver une estimation de $y(0,3)$ où y est la solution de l'équation différentielle

$$y' = 2ty^2 - y^2 \quad \text{avec } y(0) = -1$$

Laquelle des valeurs suivantes est la plus proche de votre estimation? (garder 3 chiffres après la virgule dans vos calculs)

- A) -1,266 B) -1,283 C) -1,312 D) -1,357 E) -1,402 F) -1,431

Question 7 : Soit (\bar{x}, \bar{y}) le centre de gravité de la région bornée par $y = 24x - 12x^3$, $y = 0$, $x = 0$ et $x = 1$. Déterminer la valeur de \bar{x} .

- A) 5,6 B) 9 C) 0,62 D) 3 E) 1,6 F) 1

Question 8 : Trouver l'intervalle de convergence de la série entière $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n4^n}$

- A) $] -4,4[$ B) $] -4,4]$ C) $[-4,4]$ D) $[-4,4[$ E) $] -1,1[$ F) $] -\infty, \infty [$

Question 9 : Soit $z = f(x, y)$ une fonction définie implicitement par l'équation $F(x, y, z) = x^2z^2 + 3xy + yz^3 - 3 = 0$, alors la dérivée partielle $\frac{\partial z}{\partial x}$ au point $(2; -1; 3)$ est :

- A) 13 B) 1/13 C) -1/13 D) 11 E) 1/11 F) -11

Question 10 : La dérivée directionnelle de la fonction $z = xy^2 - 3x^2 - 2x - 2y$ au point $P(2; 3)$ dans la direction du vecteur $\vec{u} = (3, 4)$ est :

- A) 5 B) 3 C) 2 D) -2 E) -4 F) -1

PARTIE II : QUESTIONS À DÉVELOPPEMENT.

Vous devrez donner tous les détails dans vos réponses.

Question 11 (2+2 points) :

(a) Étudier la convergence ou la divergence de l'intégrale impropre suivante et si elle converge donner sa valeur : $\int_e^{\infty} \frac{1}{x(\ln x)^2} dx$.

(b) Soit $f(x, y) = x^2 - y^2$. Dessiner trois courbes de niveau (contours) de f .

Question 12 (5 points) : Soit l'équation différentielle
 $y' = y^2 - 3y - 4.$

Résoudre cette équation si $y(0)=3$

Question 13 (2+2+2=6 points) : Utiliser un critère approprié pour démontrer la convergence ou la divergence de chacune des séries suivantes :

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{2n^2-1}$

(b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{e^n}$

(c) $\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt{\ln n}}$

Question 14 (5 points) : Déterminer les points critiques de la fonction suivante et classifiez-les (maximum, minimum ou point-selle).

$$f(x, y) = 400 - 3x^2 - 4x + 2xy - 5y^2 + 48y$$