Département de Physique - Université d'Ottawa

Professeure : Zhor Sebbani

PHY2500 – Hiver 2020

Solution - Devoir 7 (dernier devoir)

/20

Exercice 1 : (8 pts : 1 pt pour a-b et 2 pts pour c-e)

L'air contient du radon 222 en quantité plus ou moins importante. Ce gaz radioactif est issu des roches contenant de l'uranium et du radium.
Le radon se forme par désintégration du radium selon l'équation de réaction nucléaire suivante :

$$^{226}_{88}\mathrm{Ra} \longrightarrow {}^{222}_{86}\mathrm{Rn} + {}^{4}_{2}\mathrm{He}$$

a) Quel est le type de radioactivité correspondant à cette réaction de désintégration?
b) Donner l'expression littérale du défaut de masse Δm du noyau de symbole $^{A}_{Z}X$ et de masse m_X.
c) En utilisant la formule précédente, et les données de l'énoncé, calculer en unité de masse atomique (symbole u) le défaut de masse Δm(Ra) du noyau de radium Ra. La masse mesurée du Radium est 225.977 u.
d) Trouver l'énergie associée au défaut de masse Δm(Ra) du noyau de radium. Que représente cette énergie ?
e) Le défaut de masse Δm(Rn) du noyau de radon Rn vaut $3{,}04\times10^{-27}$ kg. Calculer l'énergie de liaison du radon, en joule (J) puis en MeV.

Solution

a) Radioactivité α.

b) $\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - m_X$

c) $\Delta m_{Ra} = 88 \times 1{,}007\,28 + 138 \times 1{,}008\,66 - 225{,}977$

$$\Rightarrow \quad \Delta m_{Ra} = 1{,}859 \text{ u}$$

d) $E_\ell(\text{Ra}) = \Delta m_{\text{Ra}} c^2$

Application numérique en Joules :

$$E_\ell(\text{Ra}) = 1,859 \times 1,660\,54 \cdot 10^{-27} \times (299\,792\,458)^2$$

$$\Rightarrow \quad E_\ell(\text{Ra}) = 2,774 \cdot 10^{-10}\ \text{J}$$

Application numérique en MeV :

$$E_\ell(\text{Ra}) = 1,859 \times 931,494 = 1732\ \text{MeV}$$

Cette énergie représente l'énergie de liaison entre nucléons au sein du noyau.

e) $E_\ell(\text{Rn}) = \Delta m_{\text{Rn}} c^2$

Application numérique en Joules :

$$E_\ell(\text{Rn}) = 3,04 \cdot 10^{-27} \times (299\,792\,458)^2$$

$$\Rightarrow \quad E_\ell(\text{Rn}) = 2,732 \cdot 10^{-10}\ \text{J}$$

Conversion en MeV :

$$E_\ell(\text{Rn}) = \frac{2,732 \cdot 10^{-10}}{1,602\,18 \cdot 10^{-19} \times 10^6} = 1\,705\ \text{MeV}$$

Exercice 2 : (6 pts)

Un consortium de pays du monde entier est en train de construire un réacteur international expérimental ITER. Le but est de réaliser des réactions de fusion contrôlées (par opposition à ce qui se passe dans une bombe H, où là la réaction est explosive).

La fusion devrait mettre en jeu les deux isotopes minoritaires de l'hydrogène : un noyau de deutérium ^2_1H et un noyau de tritium ^3_1H.

La fusion de ces noyaux forme un noyau d'hélium (Z = 2), tout en éjectant un neutron.

a) Écrire l'équation de cette fusion. Préciser quel isotope de l'hélium se forme.

b) Donner l'expression de la variation de masse, puis la variation d'énergie de masse au cours de la réaction.

c) Calculer la valeur de l'énergie libérée en MeV.

Solution

a) $^2_1\text{H} + ^3_1\text{H} \rightarrow ^4_2\text{He} + ^1_0\text{n}$

Formation de l'isotope 4 de l'hélium.

b) Variation de masse :

$$\Delta m = m_{\text{He}} + m_{\text{n}} - m_{\text{D}} - m_{\text{T}}$$

Variation d'énergie de masse :

$$\Delta E = \Delta m \cdot c^2$$

c) $\Delta m = 4.03188 + 1.00866 - 3.02322 - 2.01594$

$\Rightarrow \quad \Delta m = 0.00138$ u

En utilisant l'énergie de l'unité de masse atomique :

$\Rightarrow \quad \Delta E = 0.00138 \times 931.5$

$\Rightarrow \quad \Delta E = 1.28$ MeV

Exercice 3 : (6 pts)

a) L'isotope ${}^{40}_{19}K$ du potassium est radioactif. Il se désintègre pour donner de l'argon ${}^{40}_{18}Ar$.
Écrire l'équation de la désintégration.
b) La demi-vie du noyau ${}^{40}_{19}K$ est $t_{1/2} = 1,5 \times 10^9$ ans.
Calculer sa constante radioactive λ.
c) Pour déterminer l'âge des cailloux lunaires, on mesure les quantités relatives de potassium 40 (radioactif) et de son produit de décomposition, l'argon 40, qui est en général retenu par les roches.
Un échantillon de 1 g de roche contient 82×10^{-4} cm³ de potassium 40 et $1,66 \times 10^{-6}$ cm³ d'argon. Les volumes des gaz sont mesurés dans les conditions normales (volume molaire V_m = 22, 4 L.mol⁻¹). Quel est l'âge de ces cailloux ?

Solution

a) ${}^{40}_{19}\mathrm{K} \rightarrow {}^{40}_{18}\mathrm{Ar} + {}^{0}_{1}\mathrm{e}$

b) $$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = \frac{\ln 2}{1,5\cdot 10^9} = 4,6\cdot 10^{-10} \text{ an}^{-1}$$

ou encore :

$$\lambda = \frac{\ln 2}{1,5\cdot 10^9 \times 365,25 \times 24 \times 3600} = 1,46\cdot 10^{-17} \text{ s}^{-1}$$

c) Il fallait comprendre que les roches ne contenaient que du potassium 40 lors de leur formation, et qu'ensuite le produit de désintégration, l'argon 40, reste piégé dans la roche.

On peut alors trouver le N_0 de la loi de désintégration radioactive en additionnant les nombres de noyaux de potassium 40 et d'argon 40 trouvés dans la roche.

Pour cela on passe par la définition du volume molaire :

$$\begin{cases} n_{\mathrm{K}} = \dfrac{V_{\mathrm{K}}}{V_{\mathrm{m}}} = \dfrac{82 \times 10^{-4} \times 10^{-3}}{22,4} = 3,66 \cdot 10^{-7} \text{ mol} \\ n_{\mathrm{Ar}} = \dfrac{V_{\mathrm{Ar}}}{V_{\mathrm{m}}} = \dfrac{1,66 \times 10^{-6} \times 10^{-3}}{22,4} = 7,41 \cdot 10^{-11} \text{ mol} \end{cases}$$

avec 1 $\mathrm{cm}^3 = 10^{-3}\ \mathrm{dm}^3 = 10^{-3}$ L.

On en déduit le nombre de noyaux :

$$\begin{cases} N_{\mathrm{K}} = n_{\mathrm{K}} \times \mathcal{N}_{\mathrm{A}} = 3,66 \cdot 10^{-7} \times 6,022 \times 10^{23} \\ N_{\mathrm{Ar}} = n_{\mathrm{Ar}} \times \mathcal{N}_{\mathrm{A}} = 7,41 \cdot 10^{-11} \times 6,022 \times 10^{23} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \quad \begin{cases} N_{\mathrm{K}} = 2,20 \cdot 10^{17} \text{ noyaux} \\ N_{\mathrm{Ar}} = 4,46 \cdot 10^{13} \text{ noyaux} \end{cases}$$

Le nombre total de noyaux initial est donc :

$$N_0 = N_{\mathrm{K}} + N_{\mathrm{Ar}}$$

et le nombre de noyaux restants, non désintégrés au temps t recherché, est :

$$N(t) = N_{\mathrm{K}}$$

La loi de décroissance radioactive s'écrit :

$$N(t) = N_0 \exp(-\lambda t) \quad \Rightarrow \quad N_{\mathrm{K}} = (N_{\mathrm{K}} + N_{\mathrm{Ar}}) \exp(-\lambda t)$$

$$\Leftrightarrow \quad t = -\frac{1}{\lambda} \ln\left(\frac{N_{\mathrm{K}}}{N_{\mathrm{K}} + N_{\mathrm{Ar}}}\right)$$

$$\Rightarrow t = -\frac{1}{4,6 \cdot 10^{-10}} \times \ln\left(\frac{2,20 \cdot 10^{17}}{2,20 \cdot 10^{17} + 4,46 \cdot 10^{13}}\right)$$

$$\Rightarrow \quad t \simeq 441 \text{ milles années.}$$