Mathématiques discrètes pour l'informatique
MAT1748 Hiver 2020
Devoir 2

Professeur : Mathieu Lemire

Nom : ____

Numéro étudiant : ____________________________________

Nom : ____

Numéro étudiant : ____________________________________

Nom : ____

Numéro étudiant : ____________________________________

Nom : ____

Numéro étudiant : ____________________________________

Règles à suivre :

- **Prière d'imprimer les pages du devoir (incluant cette page) et d'écrire vos solutions dans les espaces réservés.**
- Vous devez montrer vos démarches pour l'obtention de vos réponses finales.
- Aucune copies électronique ne sera acceptée. Seulement des copies en papiers.
- Votre travaille doit être écrit de facon lisible.
- Le devoir est sur un total de 30 points.
- **Prière d'agrapher votre devoir.**
- **IMPORTANT : Vous pouvez (mais vous n'êtes pas obligé) travailler sur ce devoir en équipe d'au maximum quatre personnes. Chaque équipe peut remettre une seule copie.**

Date de remise : Au plus tard le mercredi 4 mars à 21h00. À remettre dans la boite portant le numéro MAT1348 de au 207 Pavillon STEM.

1. Soient les intervalles $A = [0, 3]$ et $B = [2, 7)$ dans $\mathbb{R}$ (Ici, l'ensemble universel est $U = \mathbb{R}$). Déterminez :

a) $A \cap B$ b) $A \cup B$ c) $\overline{A}$ d) $A \oplus B$ e) $A - B$ f) $B - A$

Écrivez vos réponses à l'aide d'intervalles et (si nécessaire) d'union d'intervalles. (6 points)

2. Démontrez (sans utiliser le tableau des identités sur les ensembles) que $A \cup B \subseteq A$ si et seulement si $B \subseteq A \cap B$. (4 points)

3. a) Utilisez le tableau des propriétés des ensembles pour démontrer que $\overline{(A \cap \overline{C}) \cup (\overline{B} - C)} = C \cup (\overline{A} \cap B)$. Écrivez le numéro de la propriété que vous utilisez à chaque étape. (3 points)

b) Même question que 3a mais pour $(A - C) \cup (B - C) = \overline{C} - (\overline{A} \cap \overline{B})$. (3 points)

4. Soient A et B deux sous-ensembles d'un ensemble universel U fini. Pour chacune des propositions suivantes, déterminez si la proposition est vraie ou fausse. Si la proposition est fausse, donnez un contre-exemple. Si la proposition est vraie, donnez une démonstration.

a) $|A - B| = |A| - |B|$. (3 points)

b) Si $(A - B) \subseteq (B - A)$ alors $A \subseteq B$. (3 points)

5. Soit la fonction $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ donnée par $f(x, y) = (5x + y, x - y)$.

a) Montrez que f est injective. (4 points)

b) Montrez que f est surjective. (4 points)