MAT 1720 A: Partiel I
9 Octobre 2019

Professeure: Yasmine Samia

NOM Solutions – Version 2

D'ETUDIANT

Encerclez votre DGD:

DGD 1 (10:00-11:30) DGD 2 (11:30-1:00) DGD 3 (1:00-2:30)

Instructions:

- La durée de l'examen est 80 minutes.
- AUCUNE calculatrice n'est permise.
- L'utilisation de manuels, notes de cours ou de tout appareil électronique est interdite.
- Vérifiez que vous avez bien 8 questions. Ne détachez pas le questionnaire.
- Les questions 1 à 6 sont des questions à choix multiples. Ces questions ont une valeur de 2 points chacune, et on n'accorde pas de points partiels. Veuillez écrire vos réponses dans la case correspondante de la grille ci-bas.
- Les questions 7 et 8 exigent une solution complète, donc organisez votre temps en conséquence. La réponse correcte exige une justification écrite de manière lisible et logique.
- Vous pouvez utiliser le verso des pages comme brouillon, ou feuilles de réponses en l'indiquant clairement.
- Bonne chance!

Inscrivez vos réponses aux questions à choix multiples:

Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6
C	A	D	F	E	D

N'inscrivez rien dans le tableau suivant:

QCM	Q7	Q8	Total
/12	/4	/4	/20

Partie 1: Questions à choix multiples

1. (2 points) Soit $y = f(x)$ une fonction injective dont quelques valeurs sont données dans le tableau suivant:

x	1	2	3	4	5
$f(x)$	4	5	1	2	3
$g(x)$	2	4	5	3	1

Lequel des énoncés suivants est vrai?

A. $(f \circ g)(2) = 2,\ f^{-1}(2) = 5$
B. $(f \circ g)(2) = 1,\ f^{-1}(2) = 4$
C. $(f \circ g)(2) = 2,\ f^{-1}(2) = 4$
D. $(f \circ g)(2) = 1,\ f^{-1}(2) = 5$
E. $(f \circ g)(2) = 2,\ f^{-1}(2) = 1$
F. $(f \circ g)(2) = 1,\ f^{-1}(2) = 1$

2. (2 points) Soit la fonction suivante

$$f(x) = \begin{cases} ax + 4, & \text{si } x \leq 2; \\ ax^2 - 8, & \text{si } x > 2. \end{cases}$$

Pour quelle valeur de a cette fonction est-elle continue pour tous les nombres réels?

A. $a = 6$ B. $a = 2$ C. $a = 1$ D. $a = 4$ E. $a = 9$ F. $a = 8$

3. (2 points) Si $3^x = 2^{x+1}$, alors $x =$

A. $\dfrac{\ln(3/2)}{\ln 3}$ B. $\ln\left(\dfrac{4}{3}\right)$ C. $\ln\left(\dfrac{3}{2}\right)$ D. $\dfrac{\ln 2}{\ln(3/2)}$ E. $\dfrac{\ln(3/2)}{\ln 2}$ F. $\dfrac{3}{\ln(3/2)}$

4. (2 points) Évaluez la limite suivante: $\displaystyle\lim_{x\to -1^-} \frac{2x^2 - x - 3}{|x+1|} =$

A. -1 B. 1 C. -3 D. 3 E. -5 F. 5

5. (2 points) Soit $f(x) = e^{-2x} \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)$. L'équation de la droite tangente au graphe de $f(x)$ au point $(1, e^{-2})$ est:

A. $y = e^{-2}x$
B. $y = 2e^{-2}x - e^{-2}$
C. $y = -e^{-2}x + 2e^{-2}$
D. $y = 3e^{-2}x - 2e^{-2}$
E. $y = -2e^{-2}x + 3e^{-2}$
F. $y = -3e^{-2}x + 4e^{-2}$

6. (2 points) Soit la fonction $y = f(x)$ définie implicitement par l'équation:

$$\frac{x}{y} + 2x + y^2 = 3$$

La dérivée de cette fonction au point $(2, -1)$ est:

A. $-\frac{1}{4}$ B. 1 C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{1}{4}$ E. -2 F. $\frac{1}{2}$

Partie 2: Questions à développement

7. (4 points) Considérez la fonction $f(x) = \dfrac{x^2 - x - 2}{2x^2 - 3x - 2}$

   (a) (2 points) Trouvez les asymptôtes horizontales au graphe de f (Ecrivez AUCUNE s'il n'y en a pas).

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} \frac{x^2 - x - 2}{2x^2 - 3x - 2} \left(\frac{\infty}{\infty}\right) = \frac{1}{2}$$ (car degré Num = degré Dénom)

Aussi, $\lim_{x \to -\infty} f(x) = \frac{1}{2}$ pour la même raison

Donc $y = \frac{1}{2}$ est une AH en $\pm\infty$.

   (b) (2 points) Trouvez les asymptôtes verticales au graphe de f (Ecrivez AUCUNE s'il n'y en a pas).

$$f(x) = \frac{(x+1)\cancel{(x-2)}}{(2x+1)\cancel{(x-2)}} = \frac{x+1}{2x+1}$$

- Notez que en $x = 2$, on a un TROU pour $f(x)$.
- La seule valeur de x qui annulle le dénominateur seul est :
  $2x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1/2$

Ainsi: $x = -\frac{1}{2}$ est une AV pour $f(x)$.

8. (a) (1 point) Donnez la définition de la dérivée d'une fonction f en tout point $x = a$.

$$f'(a) = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

$$\left(\text{ou } f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \right).$$

(b) (3 points) Utilisez **la définition de la dérivée** pour déterminer la dérivée de $y = f(x) = \sqrt{2x-1}$ en $x = 5$.

$$f'(5) = \lim_{h \to 0} \frac{f(5+h) - f(5)}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{\sqrt{2(5+h)-1} - \sqrt{10-1}}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{\sqrt{9+2h} - \sqrt{9}}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{\sqrt{9+2h} - 3}{h} \quad \left(\frac{0}{0} \text{ FI}\right)$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{\sqrt{9+2h} - 3}{h} \cdot \frac{\sqrt{9+2h}+3}{\sqrt{9+2h}+3}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{9+2h-9}{h\left[\sqrt{9+2h}+3\right]}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{2h}{h\left[\sqrt{9+2h}+3\right]}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{2}{\sqrt{9+2h}+3} = \frac{2}{\sqrt{9}+3} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}.$$