Version A

Université d'Ottawa · University of Ottawa

Faculté des sciences
Mathématiques et de statistique

Faculty of Science
Mathematics and Statistics

# Test de mi-session : MAT 2779 (Automne 2019)

**Professeur M'hammed Mountassir**
**Date: Lundi 28 Octobre 2019. Durée: 80 minutes**

Nom: ____________________ # d'étudiant : ____________________

**Il est interdit de se servir de téléphones cellulaires, de dispositifs électroniques non autorisés ou de notes de cours. Les téléphones et les dispositifs doivent être fermés et rangés dans votre sac : vous ne pouvez pas les laisser dans vos poches ou sur votre personne. Sinon, on pourrait vous demander de quitter l'examen immédiatement et des allégations de fraude scolaire pourraient être déposées dont le résultat pourrait être un 0 (zéro) pour l'examen.**

**En apposant votre signature, vous reconnaissez vous être assuré de respecter l'énoncé ci-dessus.**

Signature: ______________________________

**C'est un examen à livre fermé. Une feuille de formules et le tableau pour la loi normale centrée et réduite sont fournis avec l'examen.**

**Soumettre vos réponses aux questions à choix multiples dans le tableau ci-bas.**

| Question | Réponse | Question | Réponse | Question | Réponse |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | A | 5 | C | 9 | E |
| 2 | C | 6 | B | 10 | A |
| 3 | B | 7 | C | 11 | C |
| 4 | C | 8 | D | 12 | D |

**NB : À la fin de l'examen, ne remettez que cette page.**

# Questions à choix multiples

[1] 1. Un bioinformatitien veut tester son algorithme qui peut détecter les mutations du génome humain dans le cancer du colon. Dans une section du génome, il y a 10000 positions parmi lesquelles 500 positions sont mutantes et les 9500 autres positions ne le sont pas. Lorsque le bioinformatitien applique son test, il a trouvé que 625 positions sont mutantes (le test a été positif), alors qu'on sait que parmi ces 625 mutations seulement 400 correspondent à des vraies mutations. L'algorithme a aussi trouvé 9375 positions non mutantes (le test a été négatif) , alors qu'on sait que parmi ces 9375, il y a 100 vraies mutations. Après avoir résumé ces informations dans un tableau. Trouver la valeur de la sensibilité de cet algorithme.

A) 400/500 B) 400/625 C) 9275/9375 D) 225/625 E) 400/10000

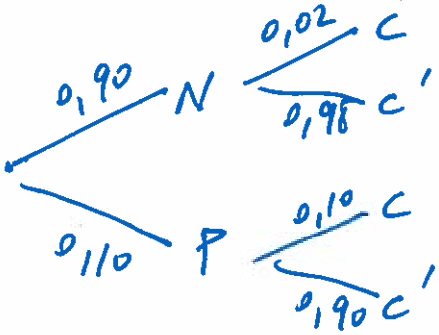
| | Mutants | Non Mutants | total |
|---|---|---|---|
| $T^+$ | 400 | 225 | 625 |
| $T^-$ | 100 | 9275 | 9375 |
| total | 500 | 9500 | 10000 |

$P(T^+|Mut) = \frac{400}{50}$

A

[1] 2. Dans une population, parmi 1000 femmes qui ont eu une mammographie négative, 20 vont développer un cancer des seins durant les 2 prochaines années. Alors qu'une femme sur 10 qui ont eu une mammographie positive va développer un cancer du sein durant les 2 prochaines années. On suppose que dans cette population 10% des femmes ont eu une mammographie positive. Quelle est la probabilité qu'une femme dans cette population développe un cancer des seins durant les 2 prochaines années?

A) 0,118 B) 0,190 $\boxed{\text{C) 0,028}}$ D) 0,228 E) 0,810




$P(C) = (0,9)(0,02) + (0,1)(0,1)$

$= 0,028$

[1] 3. Deux médecins A et B, font subir des tests de la syphilis à tous les patients qui se présentent dans une clinique. Le médecin A, diagnostique comme positifs 10% de ses patients. Alors que le médecin B, diagnostique comme positifs 17% de ses patients. Les deux médecins A et B diagnostiquent comme positifs 8% de leurs patients. Lorsqu'un patient est diagnostiqué positif par le médecin A ou par le médecin B, il est dirigé vers un autre laboratoire pour subir d'autres tests. Quelle est la probabilité qu'un patient ne soit pas dirigé vers un autre laboratoire?

A) 0,15 $\boxed{\text{B) 0,81}}$ C) 0,35 D) 0,19 E) 0,01

$P(A) = 0,10 \quad P(B) = 0,17 \quad P(A \cap B) = 0,08$

$\Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,19 \Rightarrow P(A' \cap B') = 1 - P(A \cup B) = 0,81$

[1] 4. Les personnes de groupe sanguin $A$ ont seulement des antigènes $A$ dans leurs cellules sanguines et ont des anticorps dans leur sérum contre les cellules sanguines de types $B$. L'opposée est vraie pour les personnes du groupe sanguin $B$. Les personnes de type sanguin $AB$ ont les deux antigènes $A$ and $B$ dans leurs cellules sanguines. Les personnes de type sanguin $O$ n'ont pas d'antigènes ni pour $A$ ni pour $B$. Soient $I^A$ et $I^B$ représentant la présence des antigènes de type $A$ et $B$ respectivementant. Soit aussi $I^0$ l'absence des antigènes $A$ et $B$. On suppose que $I^A$ et $I^B$ sont co-dominants l'un avec l'autre, et qu'ils sont dominants par rapport à $I^0$. Le type sanguin est alors déterminé selon le tableau suivant:

| génotype | phénotype (groupe sanguin) |
|---|---|
| $I^AI^A$ or $I^AI^0$ | A |
| $I^BI^B$ or $I^BI^0$ | B |
| $I^AI^B$ | AB |
| $I^0I^0$ | O |

Maintenant, considérons le croisement d'une femelle de groupe sanguin $AB$ avec un mâle de type sanguin $O$. Quelle est la probabilité que leur enfant soit de groupe sanguin $O$ .

A) 1 B) 1/2 $\boxed{\text{C) 0}}$ D) 1/4 E) 2/3

événement impossible.

[1] 5. Un statisticien veut choisir au hasard 4 volontaires. Il dispose d'une liste de 6 mâles et de 4 femmes volontaires. Si il veut choisir 2 mâles et 2 femmes. Quel est le nombre possible de manières qu'il peut s'y prendre?

A) 100 B) 80 $\boxed{\text{C) 90}}$ D) 60 E) 120

$\binom{6}{2}\binom{4}{2} = 90$

[1] 6. Si dans un couple, l'homme et la femme sont porteurs du gène d'albinos. Alors la probabilité qu'un de leur enfant soit aussi porteur de ce gène est de 0,25. Si un tel couple a 5 enfants, quelle est la probabilité qu'au plus 4 de leurs enfants soient albinos?

A) 0,7627 $\boxed{\text{B) 0,99902}}$ C) 0,99609 D) 0,09121 E) 0,89013

$0,25 = p$ albinos

$0,75 = q$ (albinos)'

$n = 5$

$X =$ le # d'enfants albinos parmi les 5

$\longrightarrow B(n\,;p)$.

$P(X \leq 4) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) + P(X=3) + P(X=4)$

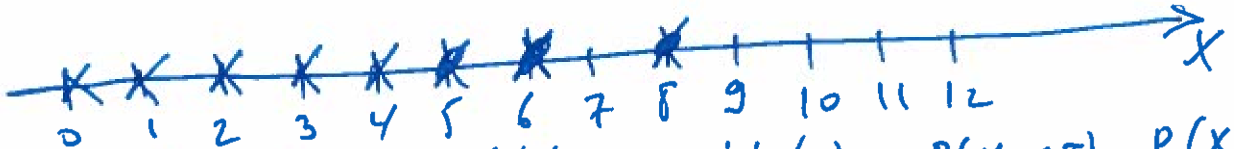
$= 0,99902$



ou bien $P(X \leq 4) = 1 - P(X=5) = 0,99902$

[1] 7. Soit X une variable aléatoire Binomiale de paramètres $n = 12$ et $p = 0,5$. La commande suivante du logiciel $R$, $dbinom(8, 12, 0.5) + pbinom(6, 12, 0.5)$ permet de calculer quelle probabilité parmi les suivantes?

A) $P(X \leq 8)$ B) $P(X \geq 8)$ C) $P(X \leq 8) - P(X = 7)$ ←
D) $P(X \geq 8) - P(X = 7)$ E) $P(X = 8) + P(X = 6)$




on veut calculer les probabilités des points (x) → $P(X \leq 8) - P(X = 7)$

[1] 8. Dans le parc de Gatineau, le poids des ours noirs est distribué normalement avec une moyenne de 225 kg et un écart type de 60 kg. Déterminer un poids $c$ tel que 15% des ours noirs de ce parc ont un poids inférieur à $c$.

A) 200,21 B) 190,21 C) 172,45
$\boxed{\text{D) 162,90}}$ E) 183,42

X = le poids d'un ours → Normale avec $\mu_X = 225$ et $\sigma_X = 60$ kg.

On cherche c tel que

$$0,15 = P(X < c) = P\left(Z < \underbrace{\frac{c - 225}{60}}_{b}\right).$$

la table donne

$$b = \frac{c - 225}{60} = -1,045$$

$$\Rightarrow c = 225 - 60\,(1,035) = 162,9 \text{ kg}$$

[1] 9. Soit $X$ la variable aléatoire qui compte le nombre de personnes qui se présentent à un service d'urgence inutilement par jour. La fonction de masse des probabilités de $X$ est donnée par le tableau suivant:

| X | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x) = P(X = x)$ | 0,01 | 0,2 | $p$ | $2p$ | 0,1 | 0,09 |

Après avoir déterminé la valeur de $p$. Calculer la moyenne de $X$

A) 2,45 B) 2,55 C) 3,15 D) 3,65 E) 2,65

$p = 0{,}2$ car la somme des probabilités est égale à 1:

$\mu_X = E(X) = (0)(0{,}01) + (1)(0{,}2) + (2)(0{,}2) + (3)(0{,}4) + (4)(0{,}1) + (5)(0{,}0$

$= 2{,}65$

[1] 10. Soit $X$ une variable aléatoire normale de moyenne 250 et de variance 625. La commande suivante du logiciel $R$: $1 - pnorm(300, 250, 25)$ permet de calculer quelle probabilité parmi les suivantes?

A) $P(X > 300)$ B) $P(X \leq 300)$

C) $P(250 < X < 300)$ D) $PX > 250)$ E) $1 - P(X > 250)$

[1] 11. Un échantillon aléatoire de taille 9 a donné les valeurs suivantes, relatives à la consommation en électricité (en millions de tonnes) dans une année.

406 395 400 450 390 410 415 401 408
Déterminer l'écart type de ces observations.

A) 16,418 B) 15,418 $\boxed{\text{C) 17,414}}$ D) 16,414 E) 18,414

En utilisant une calculatrice ; on a

$s_x = 17,414$

[1] 12. Soit $X$, la durée de coma (en jours) pour des patients souffrant d'un violent choc nerveux. On a collecté les données suivantes:
2 8 9 14 16 6 10 8 7 13 11 15 20 25.
Calculer les 3 quartiles de ces données, y-a-t-il des données aberrantes?

A) $Q_1 = 7,75; Q_2 = 10,5; Q_3 = 15,25$ la valeur 25 est aberrante
B) $Q_1 = 7,25; Q_2 = 10,5; Q_3 = 15,75$ la valeur 25 est aberrante
C) $Q_1 = 7,50; Q_2 = 10,5; Q_3 = 15,75$ la valeur 25 est aberrante
→ D) $Q_1 = 7,75; Q_2 = 10,5; Q_3 = 15,25$ aucune donnée aberrante .
E) $Q_1 = 7,50; Q_2 = 10,5; Q_3 = 15,25$ aucune donnée aberrante .

2 - 6 - 7 - 8 - 8 - 9 - 10 - 11 - 13 - 14 - 15 - 16 - 20 - 25 $(n = 14)$

$\to l = (50\%)(15) = 7,5 = 7 + 0,5 \Rightarrow Q_2 = \tilde{x} = (0,5)y(7) + 0,5\,y(8) = 10,5$

$\to l = (25\%)(15) = 3,75 = 3 + 0,75 \Rightarrow Q_1 = 0,25\,y(3) + 0,75\,y(4) = 7,75$

$\to l = (75\%)(15) = 11,25 = 11 + 0,25 \Rightarrow Q_3 = 0,75\,y(11) + 0,25\,y(12) = 15,25$

$L_{sup} = Q_3 + 1,5\,(Q_3 - Q_1) = 26,5$
$L_{inf} = Q_1 - 1,5\,(Q_3 - Q_1) = -3,5$
Aucune donnée aberrante

Version B

Université d'Ottawa · University of Ottawa

Faculté des sciences
Mathématiques et de statistique

Faculty of Science
Mathematics and Statistics

Test de mi-session : MAT 2779 (Automne 2019)

Professeur Dr M'hammed Mountassir

Date: Lundi 28 Octobre 2019. Durée: 80 minutes

Nom: ________________ # d'étudiant : ________________

**Il est interdit de se servir de téléphones cellulaires, de dispositifs électroniques non autorisés ou de notes de cours. Les téléphones et les dispositifs doivent être fermés et rangés dans votre sac : vous ne pouvez pas les laisser dans vos poches ou sur votre personne. Sinon, on pourrait vous demander de quitter l'examen immédiatement et des allégations de fraude scolaire pourraient être déposées dont le résultat pourrait être un 0 (zéro) pour l'examen.**

**En apposant votre signature, vous reconnaissez vous être assuré de respecter l'énoncé ci-dessus.**

Signature: ________________________

**C'est un examen à livre fermé. Une feuille de formules et le tableau pour la loi normale centrée et réduite sont fournis avec l'examen.**

**Soumettre vos réponses aux questions à choix multiples dans le tableau ci-bas.**

| Question | Réponse | Question | Réponse | Question | Réponse |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | D | 5 | E | 9 | B |
| 2 | C | 6 | E | 10 | A |
| 3 | A | 7 | C | 11 | B |
| 4 | C | 8 | B | 12 | D |

**NB : À la fin de l'examen, ne remettez que cette page.**

## Questions à choix multiples

[1] 1. Un bioinformatitien veut tester son algorithme qui peut détecter les mutations du génome humain dans le cancer du colon. Dans une section du génome, il y a 10000 positions parmi lesquelles 500 positions sont mutantes et les 9500 autres positions ne le sont pas. Lorsque le bioinformatitien applique son test, il a trouvé que 625 positions sont mutantes (le test a été positif), alors qu'on sait que parmi ces 625 mutations seulement 420 correspondent à des vraies mutations. L'algorithme a aussi trouvé 9375 positions non mutantes (le test a été négatif) , alors qu'on sait que parmi ces 9375, il y a 80 vraies mutations. Après avoir résumé ces informations dans un tableau. Trouver la valeur de la sensibilité de cet algorithme.

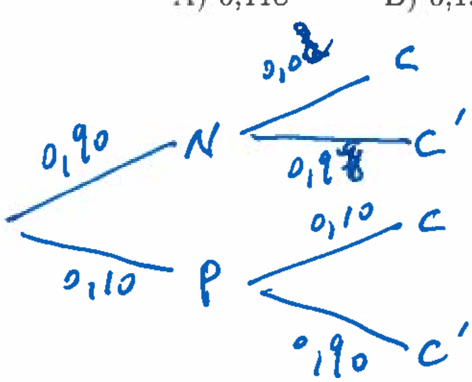
A) 80/500 B) 400/625 C) 9275/9375 D) 420/500 E) 400/10000

| | Mut | Non Mut | Total |
|---|---|---|---|
| $T^+$ | 420 | 205 | 625 |
| $T^-$ | 80 | 9295 | 9375 |
| Total | 500 | 9500 | 10000 |

Sensibilité $= P(T^+ \mid Mut) = \frac{420}{500}$

[1] 2. Dans une population, parmi 1000 femmes qui ont eu une mammographie négative, 20 vont développer un cancer des seins durant les 2 prochaines années. Alors qu'une femme sur 10 qui ont eu une mammographie positive va développer un cancer du sein durant les 2 prochaines années. On suppose que dans cette population 10% des femmes ont eu une mammographie positive. Quelle est la probabilité qu'une femme dans cette population développe un cancer des seins durant les 2 prochaines années?

A) 0,118 B) 0,190 $\boxed{\text{C) 0,028}}$ D) 0,228 E) 0,117




$P(C) = (0,9)(0,02) + (0,1)(0,1)$

$= 0,028$

[1] 3. Deux médecins A et B, font subir des tests de la syphilis à tous les patients qui se présentent dans une clinique. Le médecin A, diagnostique comme positifs 11% de ses patients. Alors que le médecin B, diagnostique comme positifs 18% de ses patients. Les deux médecins A et B diagnostiquent comme positifs 9% de leurs patients. Lorsqu'un patient est diagnostiqué positif par le médecin A ou par le médecin B, il est dirigé vers un autre laboratoire pour subir d'autres tests. Quelle est la probabilité qu'un patient ne soit pas dirigé vers un autre laboratoire?

$\boxed{\text{A) 0,80}}$ B) 0,81 C) 0,35 D) 0,19 E) 0,01

$P(A) = 0,11$ $P(B) = 0,18$ $P(A \cap B) = 0,09$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,2 \Rightarrow P(A' \cap B') = 1 - P(A \cup B) = 0,80$

[1] 4. Les personnes de groupe sanguin $A$ ont seulement des antigènes $A$ dans leurs cellules sanguines et ont des anticorps dans leur sérum contre les cellules sanguines de types $B$. L'opposée est vraie pour les personnes du groupe sanguin $B$. Les personnes de type sanguin $AB$ ont les deux antigènes $A$ and $B$ dans leurs cellules sanguines. Les personnes de type sanguin $O$ n'ont pas d'antigènes ni pour $A$ ni pour $B$. Soient $I^A$ et $I^B$ représentant la présence des antigènes de type $A$ et $B$ respectivementant. Soit aussi $I^0$ l'absence des antigènes $A$ et $B$. On suppose que $I^A$ et $I^B$ sont co-dominants l'un avec l'autre, et qu'ils sont dominant par rapport à $I^0$. Le type sanguin est alors déterminé selon le tableau suivant:

| génotype | phénotype (groupe sanguin) |
|---|---|
| $I^AI^A$ or $I^AI^0$ | A |
| $I^BI^B$ or $I^BI^0$ | B |
| $I^AI^B$ | AB |
| $I^0I^0$ | O |

Maintenant, considérons le croisement d'une femelle de groupe sanguin $AB$ avec un mâle de type sanguin $O$. Quelle est la probabilité que leur enfant soit de groupe sanguin $O$ .

A) 1 B) 1/2 $\boxed{\text{C) 0}}$ D) 1/4 E) 2/3

événement impossible

[1] 5. Un statisticien veut choisir au hasard 4 volontaires. Il dispose d'une liste de 6 mâles et de 4 femmes volontaires. Si il veut choisir 3 mâles et 2 femmes. Quel est le nombre possible de manières qu'il peut s'y prendre?

A) 100 B) 80 C) 90 D) 60 $\boxed{\text{E) 120}}$

$$\binom{6}{3}\binom{4}{2} = 120$$

[1] 6. Si dans un couple, l'homme et la femme sont porteurs du gène d'albinos. Alors la probabilité qu'un de leur enfant soit aussi porteur de ce gène est de 0,25. Si un tel couple a 5 enfants, quelle est la probabilité qu'au plus 3 de leurs enfants soient albinos?

A) 0,76270 B) 0,999020 C) 0,996090 D) 0,091210 $\boxed{\text{E) 0,984375}}$

$\xrightarrow{0,25}$ albinos

$\xrightarrow{0,75}$ (albinos)'

$n = 5$

$X =$ le # d'enfants albinos parmi les 5

$\longrightarrow B(n, p)$

$P(X \leq 3) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) + P(X=3)$

$= 0,984375$

[1] 7. Soit X une variable aléatoire Binomiale de paramètres $n = 12$ et $p = 0,5$. La commande suivante du logiciel $R$, $dbinom(8, 12, 0.5) + pbinom(6, 12, 0.5)$ permet de calculer quelle probabilité parmi les suivantes?

A) $P(X \leq 8)$ B) $P(X \geq 8)$ C) $P(X \leq 8) - P(X = 7)$ ←
D) $P(X \geq 8) - P(X = 7)$ E) $P(X = 8) + P(X = 6)$

[1] 8. Dans le parc de Gatineau, le poids des ours noirs est distribué normalement avec une moyenne de 225 kg et un écart type de 60 kg. Déterminer un poids $c$ tel que 10% des ours noirs de ce parc ont un poids inférieur à $c$.

A) 200,21 $\boxed{\text{B) 147,90}}$ C) 172,45
D) 162,90 E) 183,42

$X$ = le poids $\rightsquigarrow$ Normale avec $\mu_X = 225$ kg et $\sigma_X = 60$ kg.

On cherche $c$ tel que

$$0,10 = P(X < c) = P\left(Z < \underbrace{\frac{c-225}{60}}_{b}\right)$$

la Table donne $b = -1,285 = \dfrac{c-225}{60}$

$$\Rightarrow c = 225 - (60)(1,285) = \underline{147,90}$$

[1] 9. Soit $X$ la variable aléatoire qui compte le nombre de personnes qui se présentent à un service d'urgence inutilement par jour. La fonction de masse des probabilités de $X$ est donnée par le tableau suivant:

| X | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x) = P(X = x)$ | 0,01 | 0,15 | $p$ | $2p$ | 0,15 | 0,09 |

Après avoir déterminé la valeur de $p$. Calculer la moyenne de $X$

A) 2,45 $\quad$ $\boxed{\text{B) 2,80}}$ $\quad$ C) 3,15 $\quad$ D) 3,65 $\quad$ E) 2,65

$p = 0,2$

$\mu_X = E(X) = (0)(0,01) + (1)(0,15) + (2)(0,2) + (3)(0,4) + (4)(0,15) + (5)(0,09) = 2,8$

[1] 10. Soit $X$ une variable aléatoire normale de moyenne 250 et de variance 625. La commande suivante du logiciel $R$: $1 - pnorm(300, 250, 25)$ permet de calculer quelle probabilité parmi les suivantes?

$\boxed{\text{A) } P(X > 300)}$ $\quad$ B) $P(X \leq 300)$
C) $P(250 < X < 300)$ $\quad$ D) $PX > 250)$ $\quad$ E) $1 - P(X > 250)$

[1] 11. Un échantillon aléatoire de taille 9 a donné les valeurs suivantes, relatives à la consommation en électricité (en millions de tonnes) dans une année.

409 395 401 450 390 410 415 401 408
Déterminer l'écart type de ces observations.

A) 16,418 $\boxed{\text{B) 17,333}}$ C) 17,414 D) 16,414 E) 18,414

[1] 12. Soit $X$, la durée de coma (en jours) pour des patients souffrant d'un violent choc nerveux. On a collecté les données suivantes:
2 8 9 14 16 6 10 8 7 13 11 15 20 25.
Calculer les 3 quartiles de ces données, y-a-t-il des données aberrantes?

A) $Q_1 = 7,75; Q_2 = 10,5; Q_3 = 15,25$ la valeur 25 est aberrante
B) $Q_1 = 7,25; Q_2 = 10,5; Q_3 = 15,75$ la valeur 25 est aberrante
C) $Q_1 = 7,50; Q_2 = 10,5; Q_3 = 15,75$ la valeur 25 est aberrante
→ D) $Q_1 = 7,75; Q_2 = 10,5; Q_3 = 15,25$ aucune donnée aberrante .
E) $Q_1 = 7,50; Q_2 = 10,5; Q_3 = 15,25$ aucune donnée aberrante .

2 - 6 - 7 - 8 - 8 - 9 - 10 - 11 - 13 - 14 - 15 - 16 - 20 - 25

$l = (25\%)(15) = 3,75 \rightarrow Q_1 = y(3)(1-0,75) + 0,75\, y(4)$
$= 0,25(7) + 0,75(8) = 7,75$

$l = (50\%)(15) = 7,5 \rightarrow Q_2 = 0,5\, y(7) + 0,5\, y(8) = 10,5$

$l = (75\%)(15) = 11,25 \rightarrow Q_3 = 0,75\, y(11) + 0,25\, y(12) = 15,25$

$L_{sup} = Q_3 + 1,5(Q_3 - Q_1) = 15,25 + 1,5(15,25 - 7,75) = 26,5$

$L_{inf} = Q_1 - 1,5(Q_3 - Q_1) = 7,75 - 1,5(15,25 - 7,75) = -3,5$

Aucune donnée aberrante