Exam 13 November 2015, questions and answers

Principes de physique I (University of Ottawa)

Examen intra-semestriel 2 - Version A

PHY 1721-1731
13 novembre 2015
Durée: 75 minutes

Instructions

- Cet examen contient 6 pages et comprend 12 questions.
- C'est un examen à livre fermé de 75 minutes. Les types de calculatrices permises sont : la Texas TI-30X, TI-30XA, TI-30XSLR, scientifiques et non programmables.
- Répondez aux questions 1 à 10 sur la feuille de réponses à lecteur optique (Scantron). Choisissez la réponse qui se rapproche la plus de la vôtre.
- L'examen est sur 16 points.
- Chaque choix de réponses vaut 1 point pour un total de 10 points.
- Pour les questions 11 et 12, présentez votre démarche dans le cahier d'examen. Identifiez clairement le numéro de la question et utilisez une nouvelle page par question. Ces questions valent chacune 3 points.
- Il y a une liste de formules utiles sur la dernière page, vous pouvez les détacher.

Bonne chance!

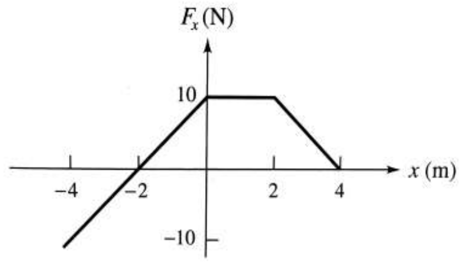
IDENTIFIEZ ET RETOURNEZ UN CAHIER D'EXAMEN (nom et numéro d'étudiant)

IDENTIFIEZ ET RETOURNEZ LA FEUILLE DE RÉPONSES À LECTEUR OPTIQUE (nom, numéro d'étudiant, version du questionnaire)

AVERTISSEMENT!

Il est interdit de se servir de téléphones cellulaires, de dispositifs électroniques non autorisés ou de notes de cours (à moins qu'il s'agisse d'un examen à livre ouvert). Les téléphones et les dispositifs doivent être fermés et rangés dans votre sac: vous ne pouvez pas les laisser dans vos poches ou sur votre personne. Sinon, on pourrait vous demander de quitter l'examen immédiatement et des allégations de fraude scolaire pourraient être déposées dont le résultat pourrait être un 0 (zéro) pour l'examen.

1. (1 point) Soit $\vec{\mathbf{F}} = F_x\vec{\mathbf{i}}$, dont la composante horizontale en fonction de x est donnée par le graphique ci-dessous. Quel est le travail effectué par la force de $x = 4$ m à $x = -4$ m.



(a) -50 J (b) -30 J (c) 30 J (d) 50 J (e) aucune de ces réponses

$W_{4\rightarrow2} = -10J$, $W_{2\rightarrow0} = -20J$, $W_{0\rightarrow-2} = -10J$, $W_{-2\rightarrow-4} = 10J$, $\sum W = -30J$

2. (1 point) Un fusil à ressort lance des balles avec une vitesse de lancement de 4.0 m/s. Si on comprime le ressort 2 fois moins, la vitesse de lancement sera alors de:

(a) 1.0 m/s (b) 2.0 m/s (c) 2.8 m/s (d) 4.0 m/s (e) 16.0 m/s

$kx^2/2 = mv^2/2$, si on réduit la compression d'un facteur 2, on réduit l'énergie potentielle d'un facteur 4, donc on réduit l'énergie cinétique d'un facteur 4, ce qui veut dire que la vitesse de sortie est réduite d'un facteur 2

3. (1 point) Deux objets, **A** et **B**, partent du repos et sont soumis à une même force. Les deux objets subissent un même déplacement. Si la masse de **B** est le double de celle de **A**, quelle est la relation entre leurs vitesses à la fin de l'application de la force?

(a) $v_B = \sqrt{2}v_A$ (b) $v_B = 2v_A$ (c) $v_A = 2v_B$ (d) $v_A = \sqrt{2}v_B$ (e) $v_A = v_B$

$W_A = W_B \Rightarrow m_Av_A^2/2 = m_Bv_B^2/2 = (2m_A)v_B^2/2 \Rightarrow v_A^2 = 2v_B^2$

4. (1 point) Un bloc de masse $m = 0.25$ kg repose sur une surface horizontale sans frottement. Il est attaché à un ressort de constante de rappel $k = 10$ N/m. On tire le bloc sur une distance de 40 cm puis on le lâche. À quelle position d'étirement l'énergie cinétique est-elle égale à l'énergie potentielle?

(a) 0.080 m (b) 0.100 m (c) 0.200 m (d) 0.283 m (e) aucune de ces réponses

$$E_{tot} = U_i = \frac{kA^2}{2} \Rightarrow \frac{kx^2}{2} = \frac{E_{tot}}{2} = \frac{kA^2}{4} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{A^2}{2}} = 0.283 \text{ m}$$

5. (1 point) Dans une collision entre deux objets de masses différentes, comparez le module de l'impulsion transférée de l'objet lourd à l'objet léger avec le module de l'impulsion transférée de l'objet léger vers l'objet lourd.

   (a) L'objet lourd reçoit une plus grande impulsion que l'objet léger.
   (b) L'objet léger reçoit une plus grande impulsion que l'objet lourd.
   (c) Les deux objets recoivent la même impulsion.
   (d) On ne peut pas répondre sans connaître les masses.
   (e) On ne peut pas répondre sans connaître les masses et les vitesses.

   3e loi de Newton

6. (1 point) Un bloc **A** de 6 kg se déplaçant à 2 m/s entre en collision avec un bloc **B** initialement immobile. Après la collision (en une dimension), les deux blocs se déplacent mais restent collées ensemble. Sachant qu'un quart de l'énergie cinétique est perdue lors de la collision, déterminez la masse du bloc **B**.

   (a) 1.00 kg (b) 1.41 kg (c) 2.00 kg (d) 4.00 kg (e) 6.00 kg

   $m_A v_i + 0 = (m_A + m_B)v_f = Mv_f \Rightarrow 12 = Mv_f$ (i)
   $K_f = 0.75K_i \Rightarrow \frac{Mv_f^2}{2} = 0.75\frac{m_A v_i^2}{2} \Rightarrow Mv_f^2 = 18$ (ii)
   (ii)/(i)$\Rightarrow v_f = 1.5$ m/s $\Rightarrow M = 8$ kg $\Rightarrow m_B = 2$ kg

7. (1 point) À quelle distance du centre de la Terre se situe le centre de masse du système Terre-Lune? La masse de la Terre = 5.98×10^{24} kg, la masse de la Lune = 7.36×10^{22} kg, et la distance Terre-Lune = 3.84×10^8 m.

   (a) 4.67×10^6 m (b) 4.73×10^6 m (c) 3.79×10^8 m (d) 1.92×10^8 m (e) 3.12×10^{10} m

   $$r_{\text{CM}} = \frac{M_T(0) + M_L(R_{TL})}{M_T + M_L} = \frac{7.36 \times 10^{22}(3.84 \times 10^8\text{m})}{5.98 \times 10^{24} + 7.36 \times 10^{22}} = 4.67 \times 10^6 \text{ m}$$

8. (1 point) Une automobile dont les pneus ont un rayon de 25 cm et qui roule à 100 km/h s'arrête sur une distance de 50 m sans glissement des roues. L'accélération angulaire de roues est:

   (a) -1.11 rad/s^2 (b) -7.72 rad/s^2 (c) -15.4 rad/s^2 (d) -30.9 rad/s^2 (e) -61.7 rad/s^2

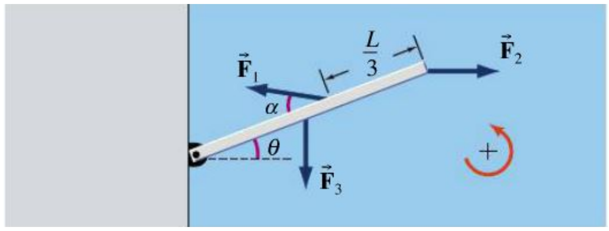
   $$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x \Rightarrow a = \frac{-v_0^2}{2\Delta x} \Rightarrow \alpha = \frac{-v_0^2}{2\Delta x r} = -30.9 \text{ rad/s}^2$$

9. (1 point) Un disque uniforme (**D**), un anneau uniforme (**A**) et une sphère pleine uniforme (**S**) sont lâchés au même moment du haut d'un plan incliné. Les trois objets ont des masses et des rayons identiques. Ils roulent sans glisser. Dans quel ordre vont-ils atteindre le bas du plan incliné?

   (a) **A, D, S** (b) **A, S, D** (c) **S, A, D** (d) **D, A, S** (e) **S, D, A**

   Du moment d'inertie le plus petit au plus grand.

10. (1 point) Une tige de longueur $L = 1.5$ m est libre de pivoter autour d'une de ses extrémités (voir figure ci-dessous). Si $F_1 = 6.9$N, quel est le moment de force associé à F_1 si $\alpha = 30°$ et $\theta = 20°$?

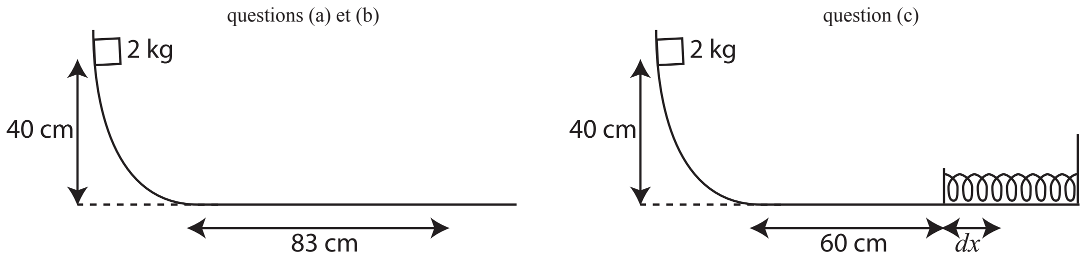


(a) 1.73 N·m (b) 2.36 N·m (c) 2.99 N·m (d) 3.45 N·m (e) 5.98 N·m

$\tau = F(2L/3)\sin\alpha = 3.45$ N·m

RÉPONDEZ AUX DEUX QUESTIONS SUIVANTES DANS VOTRE CAHIER D'EXAMEN

11. (3 points) Un bloc de 2 kg part du repos à une hauteur de 40 cm et glisse sans frottement le long d'une rampe. Il glisse ensuite sur un distance de 83 cm le long d'une surface horizontale rugueuse avant de s'arrêter.



(a) Quelle est la vitesse maximale atteinte?

(b) Quel est le coefficient de frottement cinétique sur la surface horizontale?

(c) On reprend la même situation en ajoutant un ressort ($k = 60$ N/m) sur la surface horizontale à 60 cm bas de la pente. Quelle serait la compression dx maximale du ressort?

(a) (1 point)

$\Delta U = U_f - U_i = -mgh$ =-(2 kg)(9.8 m/s^2)(0.4 m)=-7.84 J

$$-\Delta U = \Delta K = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2) \Rightarrow v_f = \sqrt{\frac{-2\Delta U}{m}} = \sqrt{2gh} = \sqrt{2(9.8)(0.4)} \text{ m/s} = 2.80 \text{ m/s}$$

(b) (1 point)

$$\Delta U = -mgh = W_f = -mg\mu_c\Delta s \Rightarrow \mu_c = \frac{mgh}{mg\Delta s} = \frac{h}{\Delta s} = \frac{0.4}{0.83} = 0.482$$

(c) (1 point)

$$\Delta U + \Delta K = W_f$$

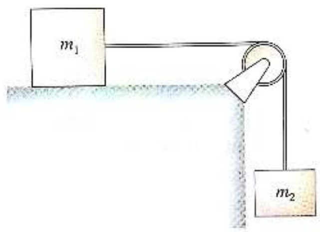
$$\Rightarrow -mgh + \frac{kdx^2}{2} = -mg\mu_c(\Delta s + dx)$$

$$\Rightarrow \frac{k}{2}dx^2 + mg\mu_c dx + (mg\mu_c\Delta s - mgh)$$

on solutionne l'équation quadratique pour dx: $dx = 0.154$ m ou $dx = -0.469$ m

réponse finale: $dx = 0.154$ m

12. (3 points) Deux blocs de masses $m_1 = 12$ kg et $m_2 = 5$ kg sont reliés par une corde de masse négligeable. La masse m_1 glisse sur une table sans friction. On fait passer la corde sur une poulie (cylindre plein) de masse $m_3 = 2$ kg dont le rayon est R et qui peut tourner sans friction autour d'un axe horizontal fixe. Les masses sont lâchées à partir du repos et la corde entraîne le cylindre sans glisser.



(a) Calculez l'accération des blocs.

(b) Calculez le module de la tension à chaque extrémités de la corde.

Dessinez les diagrammes de force appropriés, expliquez les détails de votre travail.

(0.5 point) dessin correct des forces, on choisi un axe positif de la gauche vers la droite et de haut en bas, on pose que les deux blocs accélèrent avec la même accélération a

(0.5 point) bloc 1 : $T_1 = m_1 a$ (i)

(0.5 point) bloc 2 : $m_2 g - T_2 = m_2 a$ (ii)

(0.5 point) poulie : $T_2 R - T_1 R = I\alpha \Rightarrow T_2 - T_1 = I\frac{\alpha}{R} = I\frac{a}{R^2} = \frac{m_3 R^2}{2}\frac{a}{R^2} = \frac{m_3 a}{2}$ (iii)

(0.5 point) (i)+(ii)+(iii) $= m_2 g = m_1 a + m_2 a + \frac{m_3 a}{2} \Rightarrow a = \frac{m_2 g}{m_1 + m_2 + m_3/2} = 2.72\ \mathrm{m/s^2}$

(0.25 point) (i) $\Rightarrow T_1 = m_1 a = 32.7$ N

(0.25 point) (ii) $\Rightarrow T_2 = m_2(g - a) = 35.4$ N

Formules

Constantes

- $g = 9.8 \text{ m/s}^2$
- $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$

Algèbre

- Si $ax^2 + bx + c = 0$, alors $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Géométrie

- Cercle: aire $= \pi r^2$, circonférence $= 2\pi r$
- Sphère: aire $= 4\pi r^2$, volume $= \dfrac{4\pi r^3}{3}$

Vecteurs

- Soit $\vec{\mathbf{A}} = A_x\vec{\mathbf{i}} + A_y\vec{\mathbf{j}} + A_z\vec{\mathbf{k}}$,
  le module est $A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$
- $\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}} = AB\cos\theta = A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z$
- $\vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}} = AB\sin\theta\vec{\mathbf{u}}_n = (A_yB_z - A_zB_y)\vec{\mathbf{i}}$
  $+(A_zB_x - A_xB_z)\vec{\mathbf{j}} + (A_xB_y - A_yB_x)\vec{\mathbf{k}}$

Cinématique

- vitesse moyenne $= \dfrac{\Delta x}{\Delta t} = \dfrac{x_f - x_i}{t_f - t_i}$
- vitesse instantannée $= \lim_{\Delta t\to 0} \dfrac{\Delta x}{\Delta t} = \dfrac{dx}{dt}$
- accélération moyenne $= \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{v_f - v_i}{t_f - t_i}$
- accélération instantannée $= \lim_{\Delta t\to 0} \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{dv}{dt}$
- cinématique en 1D:
  $v = v_0 + at; \qquad x = x_0 + \frac{1}{2}(v_0 + v)t;$
  $x = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2; \qquad v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$
- mouvement circulaire uniforme: $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = 2\pi f$;
  $v = \dfrac{2\pi r}{T} = \omega r; \qquad a_c = r\omega^2 = \dfrac{v^2}{r}$

Dynamique

- deuxième loi de Newton: $\sum \vec{\mathbf{F}} = m\vec{\mathbf{a}}$
- troisième loi de Newton: $\vec{\mathbf{F}}_{AB} = -\vec{\mathbf{F}}_{BA}$
- gravitation universelle: $F_g = \dfrac{Gm_1m_2}{r^2}$
- frottement statique: $f_s \leqslant \mu_s N$
- frottement cinétique: $f_c = \mu_c N$
- force centripète $= mv^2/r$

Travail et énergie

- travail (générale)): $W = \vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{s}} = Fs\cos\theta$
- travail (force variable): $W_{x_a\to x_B} = \displaystyle\int_{x_A}^{x_B} F_x dx$
- travail (gravité): $W = -mg(y_f - y_i)$
- travail (ressort): $W_{\text{res}} = -\dfrac{k}{2}(x_f^2 - x_i^2)$
- théorème de l'éner. cinétique: $W = \Delta K$ où $K = \dfrac{mv^2}{2}$
- puissance: $P = \dfrac{dW}{dt} = \vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{v}}$
- énergie potentielle gravitationnelle: $U_g = mgy$
- énergie potentielle d'un ressort: $U_{\text{res}} = \dfrac{1}{2}kx^2$
- conservation de l'énergie: $\Delta E = \Delta K + \Delta U = 0$
- en présence de forces non conservatrices: $\Delta E = W_{NC}$
- pour une force conservatrice: $F_C = -\dfrac{dU}{dx}$

Quantité de mouvement

- Quantité de mouvement: $\vec{\mathbf{p}} = m\vec{\mathbf{v}}$, $\sum \vec{\mathbf{F}} = \dfrac{d\vec{\mathbf{p}}}{dt}$
- Conservation de la quantité de mouvement:
  $\sum \vec{\mathbf{F}}_{\text{ext}} = 0 \Rightarrow \sum \vec{\mathbf{p}}$ =constante
- Collision élastique 1D: $v_2 - v_1 = -(u_2 - u_1)$
- Impulsion: $\vec{\mathbf{I}} = \Delta\vec{\mathbf{p}} = \vec{\mathbf{F}}_{\text{moy}}\Delta t$

Systèmes de particules

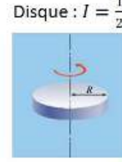
- Position du centre de masse: $\vec{\mathbf{r}}_{\text{CM}} = \frac{1}{M}\sum m_i\vec{\mathbf{r}}_i$
- Vitesse du centre de masse: $\vec{\mathbf{v}}_{\text{CM}} = \frac{1}{M}\sum m_i\vec{\mathbf{v}}_i$
- Quantité de mouvement: $\vec{\mathbf{P}} = \sum m_i\vec{\mathbf{v}}_i = M\vec{\mathbf{v}}_{\text{CM}}$
- Énergie cinétique: $K = K_{\text{CM}} + K_{\text{rel}}$

Rotation des corps rigides

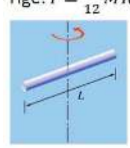
- Déplacement angulaire: $\Delta\theta = \dfrac{s}{r},\ \omega = \dfrac{d\theta}{dt},\ v_t = \omega r$
- Accélération angulaire: $\alpha = \dfrac{d\omega}{dt},\ a_r = \omega^2 r,\ a_t = \alpha r$
- Énergie cinétique: $K = \dfrac{I\omega^2}{2}$
- Moment d'inertie: $I = \sum m_i r_i^2$
- Théorème des axes parallèles: $I = I_{\text{CM}} + Mh^2$
- Énergie cinétique: $K = \dfrac{1}{2}Mv_{\text{CM}}^2 + \dfrac{1}{2}I_{\text{CM}}\omega^2$
- Moment de force: $\tau = \pm rF_\perp = \pm r_\perp F = \pm rF\sin\theta$
- Deuxième loi de Newton: $\sum \tau = I\alpha$
- Quelques moments d'inertie:

Anneau: $I = MR^2$

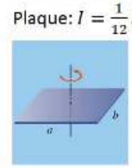
Disque : $I = \frac{1}{2}MR^2$



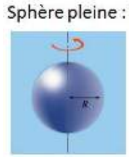
Tige: $I = \frac{1}{12}MR^2$



Plaque: $I = \frac{1}{12}M(a^2 + b^2)$



Sphère pleine : $I = \frac{2}{5}MR^2$



Sphère creuse: $I = \frac{2}{3}MR^2$