PHY1721 et PHY1731 - Principes de Physique 1
Automne 2018

Devoir #4 – Solutions

1.

(a)

$$T = 0.033s \quad ; \quad \Delta T = 1.26 \times 10^{-5} s/an$$
$$\omega(t=0) = \frac{2\pi}{T} = 190.3996 rad/s$$
$$\omega(t=1an) = \frac{2\pi}{T+\Delta T} = 190.3269 rad/s$$
$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\omega(t=1an) - \omega(t=0)}{1an}$$
$$\alpha = \frac{-0.0727 rad/s}{1an}(3.169 \times 10^{-8} an/s)$$
$$\alpha = -2.3 \times 10^{-9} rad/s$$

(b)

$$\omega = \omega_0 + \alpha t$$
$$0 = 190.3996 + (-0.0727\frac{rad/s}{an})t$$
$$t = \frac{190.3996 rad/s}{0.0727\frac{rad/s}{an}} = 2618.98 an$$

(c)

$$\omega = \omega_0 + \alpha t$$
$$190.3996 = \omega_0 + (-0.0727\frac{rad/s}{an})(2019 - 1054)$$
$$\omega_0 = (190.3996 + 70.1555) rad/s$$
$$\omega_0 = 260.5551 rad/s$$
$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 0.024s$$

1.

$$v = 1.2mm/an$$

$$v = \omega r = \omega(55m)$$

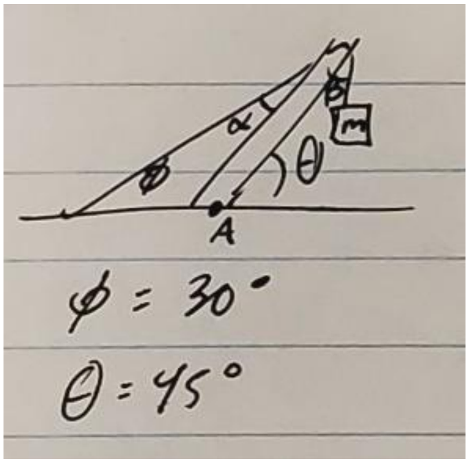
$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{0.0012m/an}{55m}$$

$$= 2.182 \times 10^{-5} rad/an$$

$$= 6.91 \times 10^{-13} rad/s$$

2.

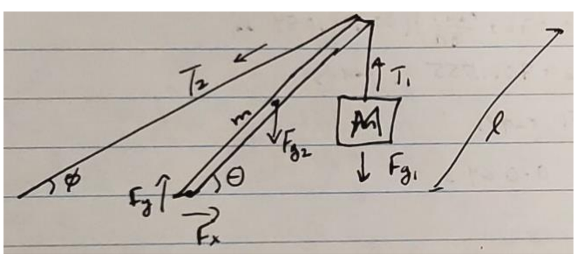
a) Puisque le système est en équilibre, :



$$\beta = \frac{\pi}{2} - \theta = 45^\circ$$
$$\alpha = \frac{\pi}{2} - \phi - \beta = 15^\circ$$

$$Tlsin(\alpha) - Mglsin(\beta) - mg\frac{l}{2}sin(\beta) = 0$$
$$Tsin(\alpha) - Mgsin(\beta) - \frac{1}{2}mgsin(\beta) = 0$$
$$T = \frac{Mgsin(\beta) - \frac{1}{2}mgsin(\beta)}{sin(\alpha)}$$
$$T = 6.63 \times 10^3 N$$

(b) La somme des forces en *x* sera nul, puisque le système est en équilibre. On cherche F_x:

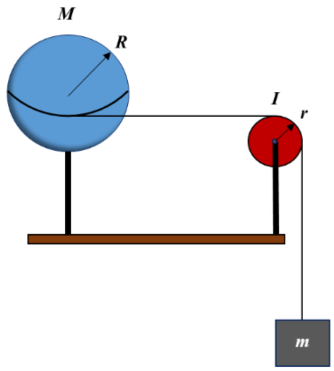


$$\Sigma F_x = 0$$
$$F_x - Tsin(60^\circ) = 0$$
$$F_x = Tsin(60^\circ)$$
$$= (6.63 \times 10^3 N)sin(60^\circ)$$
$$= 5.74 \times 10^3 N$$

(c) La somme des forces en y sera nul, puisque le système est en équilibre. On cherche F_y:

$$\Sigma F_y = 0$$
$$F_y - Mg - mg - Tcos(60^\circ) = 0$$
$$F_y = Mg + mg + Tcos(60^\circ)$$
$$= 5.96 \times 10^3 N$$

3. L’énergie sera conservée. Au début il n’y a que l’énergie potentielle gravitationnelle du bloc, et à la fin il y a en plus l’énergie cinétique du bloc, de la poulie et de la sphère.



$$I_S = \frac{2}{5}MR^2 = \frac{2}{5}(4.5)(0.085)^2$$
$$= 0.013005 kgm^2$$
$$I_P = 3 \times 10^{-3} kgm^2$$

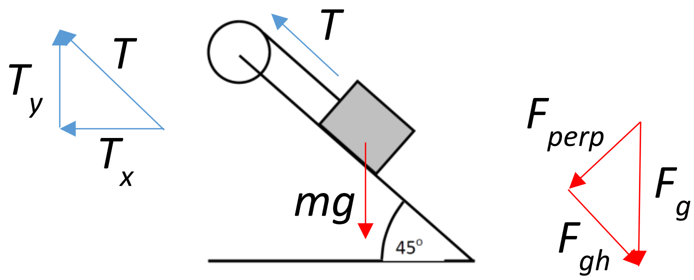
$$E_i = E_f$$
$$E_{C_i} + E_{G_i} + E_{Rot_{P_i}} + E_{Rot_{S_i}} = E_{C_F} + E_{G_F} + E_{Rot_{P_F}} + E_{Rot_{S_F}}$$
$$\frac{1}{2}mv_i^2 + mgh_i + \frac{1}{2}I_S\omega_{S_i}^2 + \frac{1}{2}I_P\omega_{P_i}^2 = \frac{1}{2}mv_F^2 + mgh_F + \frac{1}{2}I_S\omega_{S_F}^2 + \frac{1}{2}I_P\omega_{P_F}^2$$
$$mgh_i = \frac{1}{2}mv_F^2 + \frac{1}{2}I_S\omega_{S_F}^2 + \frac{1}{2}I_P\omega_{P_F}^2$$

$$\omega_{S_F} = \frac{v_{S_F}}{R} = \frac{v_{S_F}}{0.085}$$
$$\omega_{P_F} = \frac{v_{P_F}}{r} = \frac{v_{P_F}}{0.06}$$
$$v_{S_F} = v_{P_F} = v_F$$

$$mgh_i = \frac{1}{2}mv_F^2 + \frac{1}{2}I_S(\frac{v_{S_F}}{R})^2 + \frac{1}{2}I_P(\frac{v_{P_F}}{r})^2$$
$$mgh_i = \frac{1}{2}v_F^2\left(m + (\frac{I_S}{R^2}) + (\frac{I_P}{r^2})\right)$$

$$v_F = \sqrt{\frac{2mgh_0}{m + (\frac{I_S}{R^2}) + (\frac{I_P}{r^2})})} = 1.64 m/s$$

5. La force de tension, *T*, est la seule force qui agit sur la poulie. On trouve cette force pour ensuite trouvé le moment de force sur la poulie.



$$F_{gh} = mgsin(\theta)$$

Avec la deuxième loi de Newton, on peut trouver *T*. La somme des forces dans le plan incliné sera *m·a*, où l'accélération du bloc est dû à la différence entre la force gravitationnelle et la force de tension dans ce plan incliné. Si on définit la direction positive comme étant vers le haut du plan incliné, d'abords la somme des forces sera négative (accélération du bloc vers le bas) :

$$\Sigma F = -ma = T - F_{gh} = T - mgsin(\theta)$$
$$T = -ma + mgsin(\theta)$$
$$T = m(gsin(\theta) - a)$$

Le moment de force sur la poulie. On remplace l'accélération tangentielle avec l'accélération angulaire (*a* = *αR*) :

$$\Sigma\tau = TR$$
$$I\alpha = \Big(m(gsin(\theta) - a)\Big)R$$
$$I\alpha = mgsin(\theta)R - m(\alpha R)R$$

$$I\alpha + m\alpha R^2 = mgRsin(\theta)$$
$$\alpha(I + mR^2) = mgRsin(\theta)$$
$$\alpha = \frac{mgRsin(\theta)}{I + mR^2}$$

$$\alpha = 6.94\frac{rad}{s^2}$$

6. On trouve la vitesse angulaire à l'aide de la conservation du moment cinétique :

$$I_0\omega_0 = I_f\omega_f$$

$$(20kgm^2)(3\frac{rad}{s}) = (35kgm^2)\omega_f$$

$$\omega_f = \frac{60}{35} = 1.71\frac{rad}{s}$$