QUESTIONS À CHOIX MULTIPLES : Encerclez la lettre correspondante à votre réponse.

Question1: Après avoir résolu l'équation différentielle suivante

$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x+1}$ Satisfaisant la condition $y(1) = 4$.

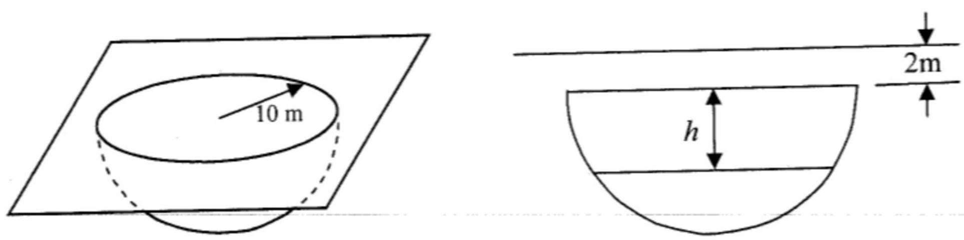
Donner la valeur de $y(2)$.

A) 6 B) 7,5 C) 8 D) 5 E) 4,5 F) 9

Question2 : Soit R la région délimitée par les courbes $y = x^2 \;\; et \; y = 2x.$ Déterminer le volume du solide obtenu en faisant tourner la région R autour de l'axe des y.

A) $\frac{\pi}{2}$ B) $\frac{4\pi}{3}$ **C)** $\mathbf{3\frac{\pi}{8}}$ D) $\frac{12\pi}{5}$ E) $\frac{\mathbf{14\pi}}{\mathbf{9}}$ F) $\frac{\mathbf{8\pi}}{\mathbf{3}}$

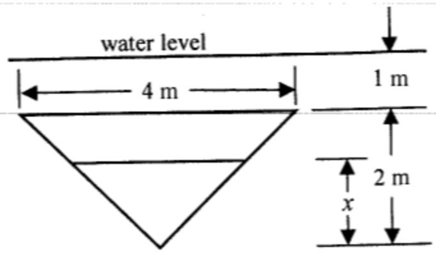
Question3: Un réservoir semi-sphérique de rayon 10 mètres comme indiqué dans le dessin est rempli d'eau dont la densité est égale à $\rho kg/m^3$.



Soit h la profondeur d'un élément de ce réservoir et dont l'épaisseur est dh. Alors le travail nécessaire pour pomper l'eau de réservoir à une hauteur de 2 mètres au-dessus du réservoir est donné par l'une des formules suivantes. Laquelle? **(on ne vous demande pas de la calculer).**

A) $\pi g\rho \int_0^{10}(100 - h^2)(h + 2)dh$
B) $\pi g\rho \int_2^{12}(100 - h^2)(h + 2)dh$
C) $\pi g\rho \int_0^{10}(10 - h)^2(h + 2)dh$
D) $\pi g\rho \int_0^{12}(10 - h)^2(h + 2)dh$
E) $\pi g\rho \int_0^{10}(100 - h^2)(12 - h)dh$
F) $\pi g\rho \int_2^{12}(100 - h^2)(12 - h)dh$

Question 4: Une surface triangulaire est submergée dans l'eau dont la densité est égale à $\rho kg/m^3$, telle que le haut de la surface soit à une profondeur d'un mètre sous l'eau (comme indiqué dans le graphique).



Soit x la distance séparant un élément horizontal de cette surface et le bas du triangle. Alors la force agissant sur cette surface est donnée par l'une des formules suivantes. Laquelle? **(on ne vous demande pas de la calculer).**

A) $\int_0^3 2\rho g x(3-x)dx$
B) $\int_0^2 2\rho g x(1+x)dx$
C) $\int_0^2 2\rho g x(3-x)dx$
D) $\int_0^3 \rho g x(3-x)dx$
E) $\int_0^2 \rho g x(3-x)dx$
F) $\int_0^3 2\rho g x(1+x)dx$

Question5 : Une culture de bactéries croit exponentiellement. Au début la population est de 10 000 bactéries et elle atteint 30 000 après 2 jours. À quel moment cette population atteindra-t-elle 100 000 bactéries.

A) $\frac{ln10}{ln3}$ B) $\frac{10ln3}{ln10}$ C) $\frac{7ln10}{ln3+ln10}$ D) $\frac{2ln10}{ln3}$ E) $\frac{13}{ln3+ln10}$ F) $ln3 + ln10$

Question 6: On applique la méthode d'Euler avec h=0,1 pour trouver une estimation de y(0,3) où y est la solution de l'équation différentielle

$$y' = 2ty^2 - y^2 \qquad avec \;\; y(0) = -1$$

Laquelle des valeurs suivantes est la plus proche de votre estimation? (garder 4 chiffres après la virgule dans vos calculs)

A) -1,266 B) -1,283 C) -1,312 D) -1,357 E) -1,402 F)-1,431

Question 7 : La somme de la série $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n+(-1)^n 7^n}{11^{n+1}}$ est ....

A) 11/18 B)33/18 C) 3/11 D) 18/11 E) 3/18 F)11/3

Question 8 : Soit la série entière suivante $\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n \frac{x^n}{3^n\sqrt{n}}$. Quel est son intervalle de convergence?

A) [-3; 3] B)]-3 ;3[C)]-3; 3] D) [-3; 3[E) [-4; 3[F)[-4;3]

Question 9 : Soit $z = f(x, y)$ une fonction définie implicitement par l'équation $x^2z^2 + 3xy + yz^3 - 3 = 0$, alors la dérivée partielle $\frac{\partial z}{\partial x}$ au point (2; -1; 3) est :

A) 13 B) 1/13 C) -1/13 D)11 E) 1/11 F)-11

Question 10 : La dérivée directionnelle de la fonction $z = xy^2 - 3x^2 - 2x - 2y$ au point P(2; 3) dans la direction du vecteur $\vec{u} = \left(\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right)$ est :

A) 5 B) 3 C) 2 D) -2 E) -4 F) -1

<u>Recopiez les lettres correspondantes à vos réponses dans le tableau suivant</u> :

Questions	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10
Votre réponse										

PARTIE II : QUESTIONS À DÉVELOPPEMENT.

Vous devrez donner tous les détails dans vos réponses.

Question 11 (2+2 points) :

(a) Étudier la convergence ou la divergence de l'intégrale impropre suivante et si elle converge donner sa valeur : $\int_e^\infty \frac{1}{x(\ln x)^2} dx$.

(b) Utiliser le test de comparaison pour montrer que l'intégrale impropre suivante diverge : $\int_0^1 \frac{1+x}{\sqrt{2x^3-x^4}} dx$

Question 12 (1+4=5 points) : Soit l'équation différentielle
$y' = y^2 - 3y - 4.$

(a) Déterminer les points d'équilibre de cette équation.
(b) Résoudre cette équation si y(0)=3

Question 13 (2+2+2=6 points) : Utiliser un critère approprié pour démontrer la convergence ou la divergence de chacune des séries suivantes :

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{2n^2-1}$

(b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{e^n}$

(c) $\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt{lnn}}$

Question 14 (2+3=5 points) : Sachant que $sint = \sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n \frac{t^{2n+1}}{(2n+1)!}$

(a) Déterminer le développement de Maclaurin de la fonction $y = \sin(t^2)$.
(b) En déduire celui de la fonction $F(x) = \int_0^x \sin(t^2)\, dt$.