Mathématiques discrètes pour l'informatique
MAT1748 Hiver 2019
Devoir 1

Professeur : Mathieu Lemire

Nom : ____

Numéro étudiant : ____________________________________

Nom : ____

Numéro étudiant : ____________________________________

Nom : ____

Numéro étudiant : ____________________________________

Nom : ____

Numéro étudiant : ____________________________________

Règles à suivre :

- **Prière d'imprimer les pages du devoir (incluant cette page) et d'écrire vos solutions dans les espaces réservés.**
- Vous devez montrer vos démarches pour l'obtention de vos réponses finales.
- Aucune copies électronique ne sera acceptée. Seulement des copies en papiers.
- Votre travaille doit être écrit de facon lisible.
- Le devoir est sur un total de 25 points.
- **Prière d'agrapher votre devoir.**
- **IMPORTANT : Vous pouvez (mais vous n'êtes pas obligé) travailler sur ce devoir en équipe d'au maximum quatre personnes. Chaque équipe peut remettre une seule copie.**

Date de remise : Au début ou à la fin de la classe du lundi le 28 janvier.

1. Soit les propositions simples (atomiques) suivantes :

G : "Gatineau est une ville verte".
M : "Mozart est un compositeur de musique classique".
O : "J'habite Ottawa"
S : "Igor Stravinsky est un compositeur de musique né en Russie".

Traduisez chacune des phrases suivantes en une proposition composée en utilisant seulement les variables G, M, O et S et les connecteurs logiques appropriés. Les [et] sont inclus pour clarifier certaines structures de la proposition.

i) **J'habite Ottawa mais Gatineau est une ville verte** (1 point)

i. *Proposition composée :*

ii) [**Mozart est un compositeur de musique classique et Igor Stravinsky est un compositeur de musique né en Russie**] **implique que j'habite Ottawa** (1 point)

ii. *Proposition composée :*

iii) [**Gatineau est une ville verte si et seulement si Mozart est un compositeur de musique classique**] **ou** [**j'habite Ottawa si Igor Stravinsky est un compositeur de musique né en Russie**] (1 point)

iii. *Proposition composée :*

iv) **J'habite Ottawa ou Gatineau n'est pas une ville verte.** (1 point)

Proposition composée :

2. Complètez la table de vérité suivante pour déterminez si la proposition composée $((p \to r) \wedge (q \to r)) \to ((p \vee q) \to r)$ est une tautologie ou non. Votre table de vérité doit au minimum contenir une colonne pour $((p \to r) \wedge (q \to r))$, $((p \vee q) \to r)$ et $((p \to r) \wedge (q \to r)) \to ((p \vee q) \to r)$. (3 points)

p	q	r	
V	V	V	
V	V	F	
V	F	V	
V	F	F	
F	V	V	
F	V	F	
F	F	V	
F	F	F	

Tautologie ou non ? :

3. Complètez la table de vérité suivante pour montrer que les propositions $(p \to (q \vee r))$ et $(\neg r \to (p \to q))$ sont logiquement équivalentes. Votre table de vérité doit au minimum contenir une colonne pour $(p \to (q \vee r))$, $(\neg r \to (p \to q))$ et une colonne pour l'équivalence logique. (3 points)

p	q	r	
V	V	V	
V	V	F	
V	F	V	
V	F	F	
F	V	V	
F	V	F	
F	F	V	
F	F	F	

4. Complètez la table de vérité suivante pour déterminez une FND (forme normale disjonctive) pour la proposition $(p \to q) \wedge (\neg q \wedge (r \vee \neg q))$. Votre table de vérité doit au minimum contenir une colonne pour $(p \to q) \wedge (\neg q \wedge (r \vee \neg q))$ (2 points)

p	q	r	
V	V	V	
V	V	F	
V	F	V	
V	F	F	
F	V	V	
F	V	F	
F	F	V	
F	F	F	

FND :

5. Déterminez une FND (forme normale disjonctive) pour la proposition inconnue P ayant comme propositions primitives p, q et r et dont les valeurs de vérité pour P sont données par la table de vérité suivante : (2 points)

p	q	r	P
V	V	V	F
V	V	F	V
V	F	V	F
V	F	F	F
F	V	V	V
F	V	F	F
F	F	V	F
F	F	F	V

FND :

6. Utilisez les équivalences logiques (et seulement les équivalences logiques) pour démontrer que $\neg(P \vee (\neg P \wedge Q)) \iff \neg P \wedge \neg Q$. Vous devez montrer vos étapes. Vous **n'avez pas** à écrire le nom de la régle que vous utilisez. Le numéro de la règle utilisée est suffisant. (3 points)

7. Utilisez les équivalences logiques (et seulement les équivalences logiques) pour démontrer que $((P \wedge (\neg Q)) \rightarrow (\neg P)) \iff (P \rightarrow Q)$. Vous devez montrer vos étapes. Vous **n'avez pas** à écrire le nom de la régle que vous utilisez. Le numéro de la règle utilisée est suffisant. (3 points)

8. Utilisez un arbre de vérité (et seulement un arbre de vérité) pour trouver les valeurs de vérités de p, q et r où la proposition composée $(p \to q) \wedge (\neg p \to r)$ est vraie.
(3 points)

9. Utilisez un arbre de vérité (et seulement un arbre de vérité) pour montrer que la proposition composée $(\neg p \wedge (p \vee q)) \to q$ est une tautologie. (2 points)