

Solutions Semaine 3

1.

$$\neg((p \rightarrow (q \rightarrow (q \rightarrow p))) \vee$$

$$\begin{array}{c} | \\ p \\ \neg((q \rightarrow (q \rightarrow p))) \vee \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ q \\ \neg(q \rightarrow p) \vee \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ q \\ \neg p \\ \textcircled{X} \end{array}$$

Aucune branche active.
Donc, $\neg((p \rightarrow (q \rightarrow (q \rightarrow p))) \vee$
est une contradiction.

Ainsi, $(p \rightarrow (q \rightarrow (q \rightarrow p))) \vee$
est une tautologie.

2.

$$\neg((p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow p)) \vee$$

$$\begin{array}{c} | \\ \neg(p \rightarrow q) \vee \\ \neg(q \rightarrow p) \vee \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ p \\ \neg q \end{array}$$

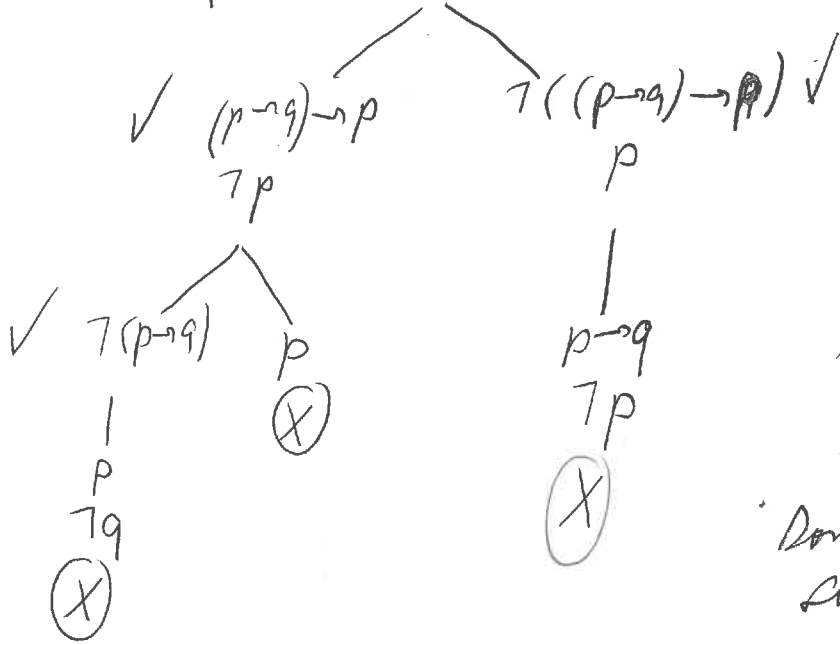
$$\begin{array}{c} | \\ q \\ \neg p \\ \textcircled{X} \end{array}$$

Aucune branche active,
donc $\neg((p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow p)) \vee$
est une contradiction.

Ainsi, $(p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow p)$ est une
tautologie.

3.

$$\neg((p \rightarrow q) \rightarrow p) \leftrightarrow p \checkmark$$



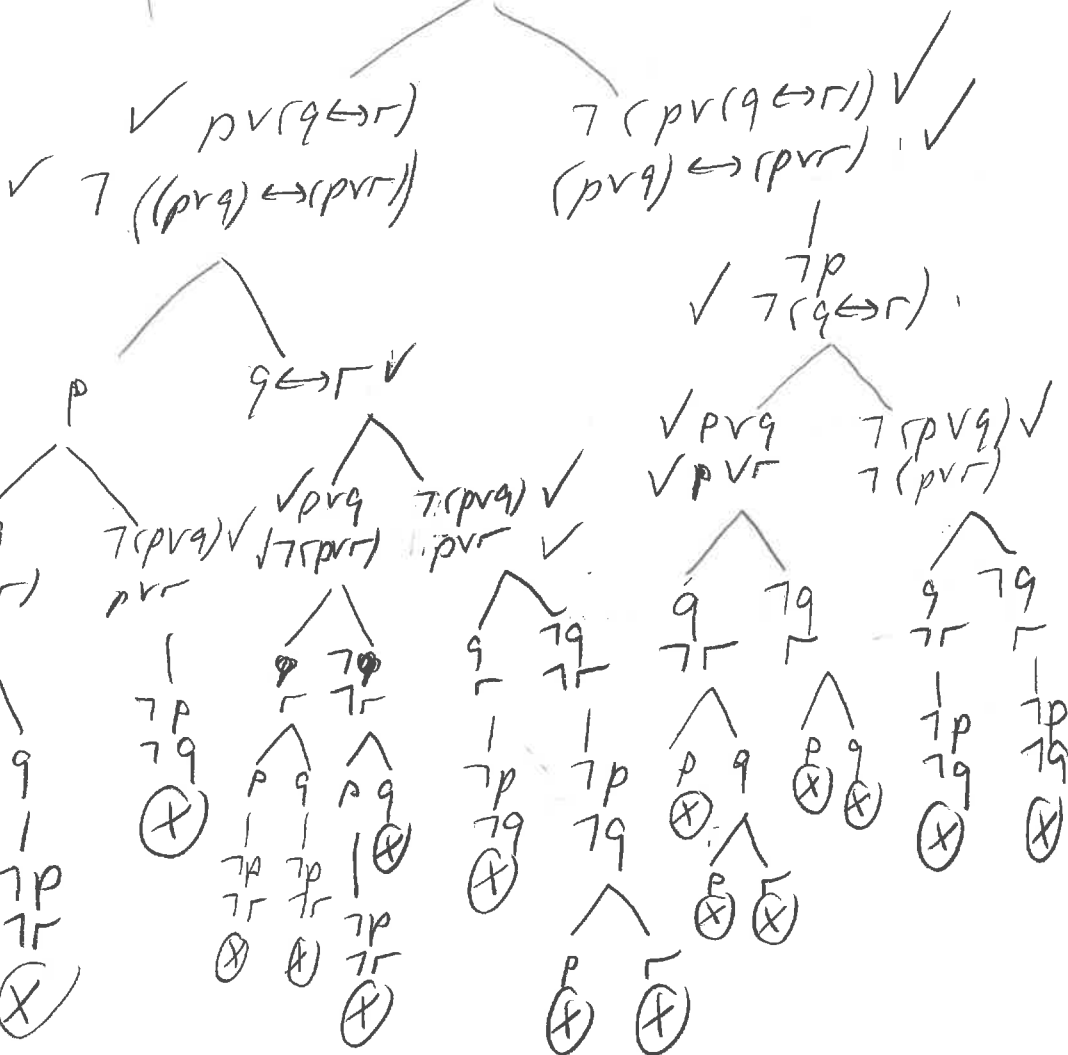
Aucune branche active. Donc c'est une contradiction.

Ainsi, $((p \rightarrow q) \rightarrow p) \leftrightarrow p$ est une tautologie.

Donc, $(p \rightarrow q) \rightarrow p$ et p sont logiquement équivalentes.

4.

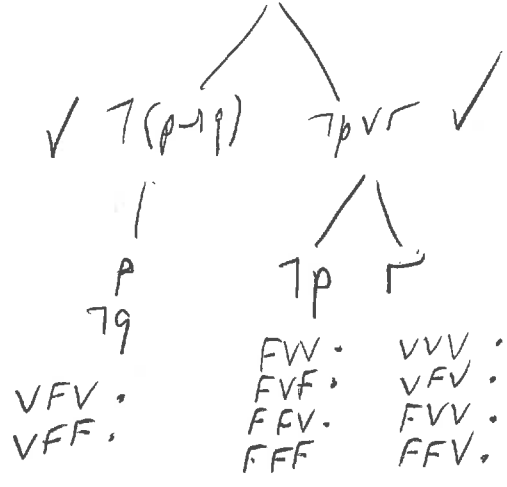
$$\neg((p \vee (q \leftrightarrow r)) \leftrightarrow ((p \vee q) \leftrightarrow (p \vee r))) \checkmark$$



Aucune branche active. Contradiction. Donc, équivalentes.

5.

$$(\neg r \rightarrow q) \vee (\neg p \vee r) \vee$$

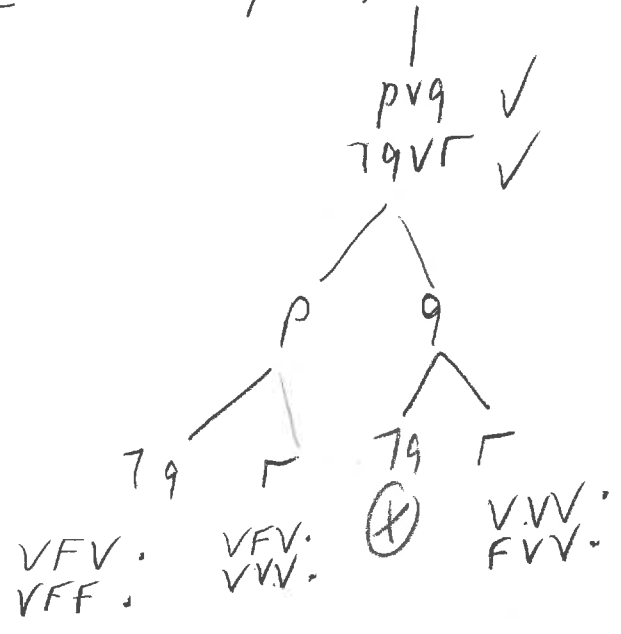


les possibilités sont
VVV, VFV, VFF, FVV, FVF, FFV,
FFF

FND: $(p \wedge q \wedge \neg r) \vee (p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge r) \vee (\neg p \wedge r \wedge \neg r)$

6.

$$(p \vee q) \wedge (\neg q \vee r) \vee$$



possibilités sont:
VVV, VFV, VFF, FVV

FND: $(p \wedge q \wedge \neg r) \vee (p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (p \wedge \neg q \wedge r) \vee (\neg p \wedge q \wedge \neg r)$

9. $(p \wedge (p \rightarrow q) \wedge r) \rightarrow ((p \vee q) \rightarrow r)$

p	q	r	$p \rightarrow q$	$p \vee q$	$p \wedge (p \rightarrow q) \wedge r$	$(p \vee q) \rightarrow r$	$(p \wedge (p \rightarrow q) \wedge r) \rightarrow ((p \vee q) \rightarrow r)$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	V	F	F	V
V	F	V	F	V	F	V	V
V	F	F	F	V	F	F	V
F	V	V	V	V	F	V	V
F	V	F	V	V	F	F	V
F	F	V	V	F	F	V	V
F	F	F	V	F	F	V	V

une tautologie. Donc, l'argument est valide.

Autre façon: Si $p \equiv V, p \rightarrow q \equiv V, r \equiv V$ alors $(p \vee q) \rightarrow r \equiv V$
(la première ligne)

10. $((p \vee (q \vee r)) \wedge r) \rightarrow (p \vee r)$

p	q	r	$r \vee q$	$q \vee r$	$p \vee r$	$p \vee (q \vee r)$	$(p \vee (q \vee r)) \wedge r$	$((p \vee (q \vee r)) \wedge r) \rightarrow (p \vee r)$
V	V	V	F	V	V	V	F	V
V	V	F	F	V	V	V	F	V
V	F	V	V	V	V	V	V	V
V	F	F	F	F	V	V	V	V
F	V	V	F	V	V	V	F	V
F	V	F	F	V	F	V	F	V
F	F	V	V	V	V	V	V	V
F	F	F	V	F	F	F	F	V

tautologie, donc argument valide.

Autre façon: les flèches \leftarrow indiquent les lignes où $p \vee (q \vee r) \equiv V$ et $r \equiv V$. Pour chaque ligne, on voit que $p \vee r \equiv V$ aussi.

11. $((p \vee q) \wedge \neg p) \rightarrow q$

	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ	ⓔ
p	q	$\neg p$	$p \vee q$	$(p \vee q) \wedge \neg p$	$((p \vee q) \wedge \neg p) \rightarrow q$
V	V	F	V	F	V
V	F	F	V	F	V
F	V	V	V	V	V
F	F	V	F	F	V

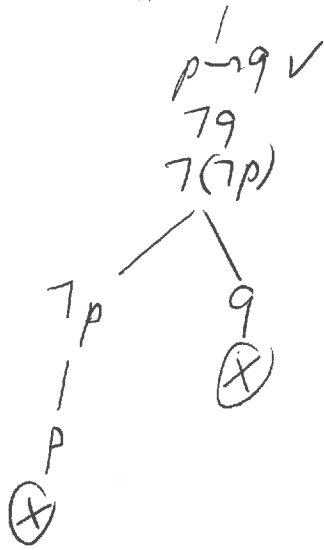
une tautologie. Donc, argument valide.

Autre façon: Lorsque $p \vee q \equiv V$ et $\neg p \equiv V$
 la flèche \leftarrow montre que $q \equiv V$
 Donc, argument valide.

12.

$((p \rightarrow q) \wedge \neg q) \rightarrow \neg p$ valide?

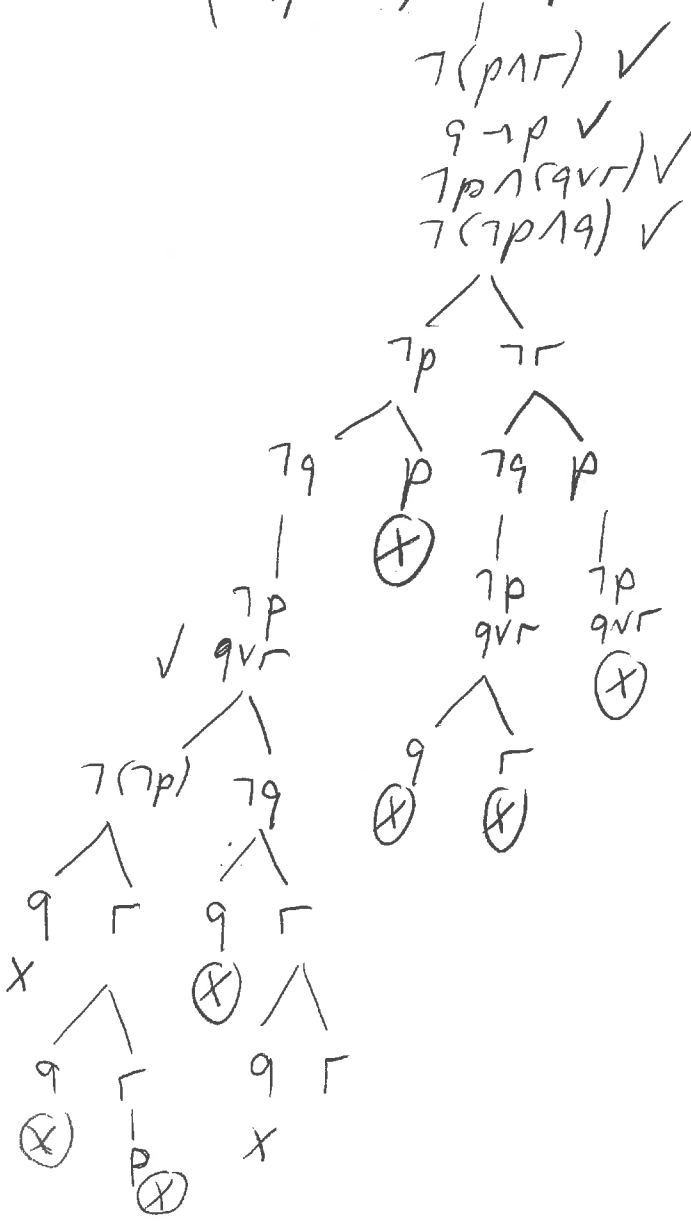
$(p \rightarrow q) \wedge \neg q \wedge \neg(\neg p)$



aucune branche active.
Donc, c'est un argument valide

13.

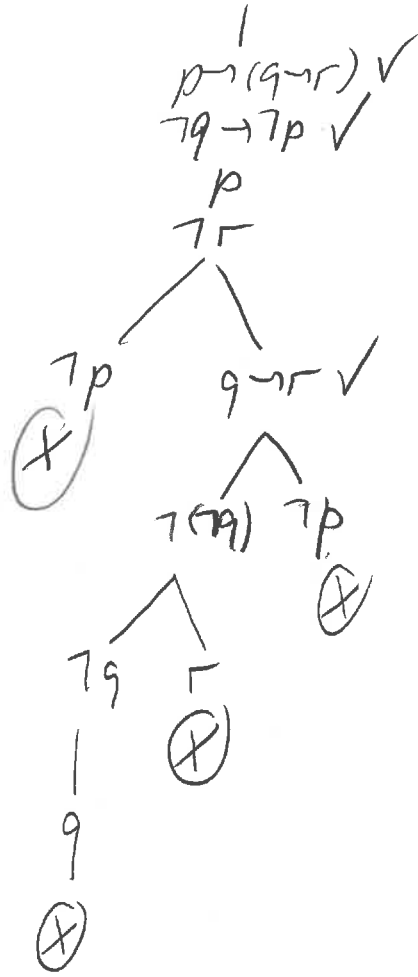
$(\neg(p \wedge \neg r)) \wedge (q \rightarrow p) \wedge (\neg p \wedge (q \vee r)) \wedge \neg(\neg p \wedge q) \checkmark$



une branche active.
Donc, pas un argument valide
FFV est le seul contre-exemple.

14.

$$(p \rightarrow (q \rightarrow r)) \wedge (\neg q \rightarrow \neg p) \wedge p \wedge (\neg r)$$



Aucune branche active, alors l'argument est valide.