

MAT 2777 A (Hiver 2019) Devoir 2

Professeur: Gilles Lamothe

Echéance : le vendredi 8 mars, 2019 avant 15h

Veillez compléter **toutes** les questions de ce devoir. Cependant, en raison de nos ressources limitées en matière d'assistance d'enseignement, il est possible qu'il y ait des questions qui ne seront pas corrigées. Vous ne saurez pas à l'avance quelles questions seront corrigées.

Veillez soumettre votre devoir à la **boîte de devoirs intitulée MAT 2777A** à l'extérieur de STM 207. La boîte de devoirs sera ouverte de midi le mercredi 6 mars jusqu'à 15h le vendredi 8 mars. **Les devoirs en retard ne seront pas acceptés.**

1. Nous cueillons 25 échantillons d'eau. Supposons qu'un échantillon d'eau ait une probabilité de 4% d'être pollué. Soit X le nombre d'échantillons qui sont pollués parmi les 25 échantillons.
 - (a) Quelle est la loi de probabilité de X ?
 - (b) Calculer $P(X = 3)$ sans et avec l'approximation de Poisson.
 - (c) Calculer $P(X > 2)$ et $P(4 \leq X < 6)$
2. Référez aux échantillons d'eau de la Question 1. Supposons que nous cueillons les échantillons d'eau un à la fois.
 - (a) Quelle est la probabilité que le 5^{ème} échantillon est le premier échantillon pollué?
 - (b) Quelle est la probabilité que le 6^{ème} échantillon sera le deuxième échantillon pollué?
 - (c) Donner la moyenne et l'écart type du nombre d'échantillons requis afin d'observer deux échantillons pollués.
3. Supposons que les tempêtes géomagnétiques se produisent selon un processus de Poisson avec un taux de 2,5 tempêtes par an. Ces tempêtes peuvent perturber les réseaux électriques et affecter les satellites, et sont un motif d'inquiétudes pour les compagnies d'électricité et pour autres entreprises technologiques.
 - (a) Calculer la probabilité qu'au moins 4 tempêtes géomagnétiques se produisent l'année prochaine.
 - (b) Trouvez le nombre espéré de tempêtes géomagnétiques dans les 4 prochains mois.
 - (c) Trouvez la probabilité qu'il n'y ait pas de tempête géomagnétique entre le 1er juillet et le 1er décembre (c'est-à-dire en 153 jours). Vous pouvez supposer qu'une année ait 365 jours.

4. Supposons que la durée de vie (en mois) d'un transistor suit une loi exponentielle avec une moyenne 5 mois.
- (a) Trouvez la probabilité qu'un tel transistor ait une durée de vie supérieure à 7 mois.
 - (b) Trouvez la probabilité que la durée de vie d'un transistor soit comprise entre 3 et 8 mois.
 - (c) Supposons que le transistor est maintenant âgé de 4 mois et qu'il fonctionne toujours. Trouvez la probabilité qu'il fonctionne au moins 3 mois *supplémentaires*.
5. Supposons que les appels à un centre d'appel se réalisent selon un processus de Poisson de taux $\lambda = 0,2$ appels par minute. Soit X le temps d'attente (en minutes) pour le premier appel.
- (a) Donner la moyenne et la variance de X .
 - (b) Quelle est la probabilité que le temps d'attente pour le premier appel sera moins qu'une minute?
 - (c) Quelle est la probabilité que le temps d'attente pour le troisième appel sera au plus 2 minutes?
6. Soit X une variable aléatoire normale de moyenne 25 et d'écart type 4.
- (a) Calculer $P(X > 18)$.
 - (b) Calculer $P(27 < X < 35)$;
 - (c) Calculer $P(17 \leq X \leq 23)$;
 - (d) Trouver une valeur c tel que $P(c - X \leq 4) = 0,872$.