Mécanique des Sols – Théorie d'élasticité
Distribution de contraintes

Q1. Le plan d'une zone de chargement rectangulaire flexible est représenté sur la **figure 1**. La zone flexible subit une charge distribuée uniformément, la valeur de *q* est de 100kN par mètre carré. Déterminez l'augmentation de contrainte verticale, $\Delta\sigma_z$, à une profondeur de z = 5 m sous les points A, B et C. Commenter les valeurs de contraintes calculées.

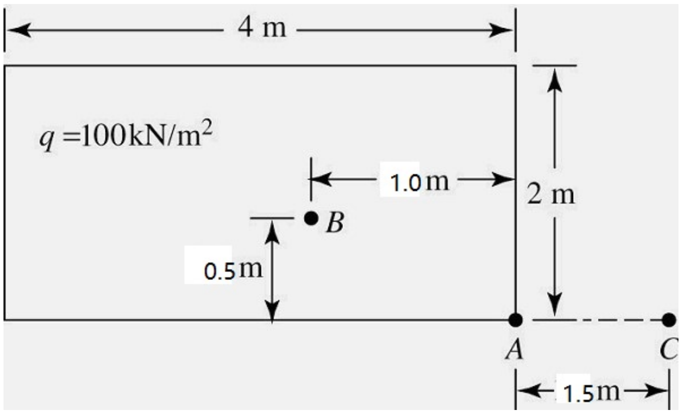
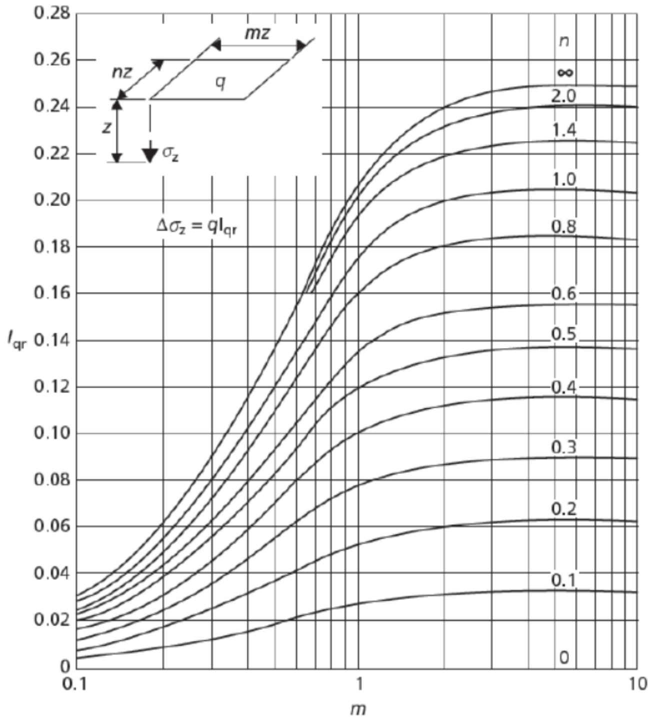


Figure #1

Solution:

$\sigma_z = qI_r$, I_r Peut être obtenu par la figure qui suit :

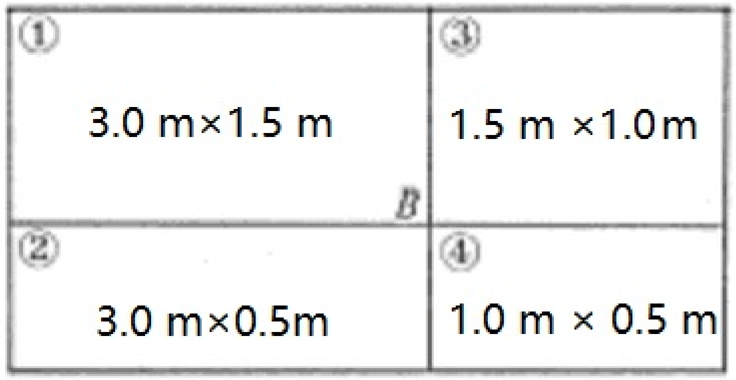


Point A:

$$m = \frac{L}{z} = \frac{4}{5} = 0.8 \qquad n = \frac{B}{z} = \frac{2}{5} = 0.4,\ I_r = 0.0931$$

$$\sigma_z = 100 \times 0.0931 = 9.31kPa$$

Point B:



Pour rectangle 1

$$m=\frac{L}{z}=\frac{3.0}{5}=0.6 \qquad n=\frac{B}{z}=\frac{1.5}{5}=0.3\,,\ I_{r1}=0.0629$$

Pour rectangle 2

$$m=\frac{L}{z}=\frac{3.0}{5}=0.6 \qquad n=\frac{B}{z}=\frac{0.5}{5}=0.1\,,\ I_{r2}=0.0222$$

Pour rectangle 3

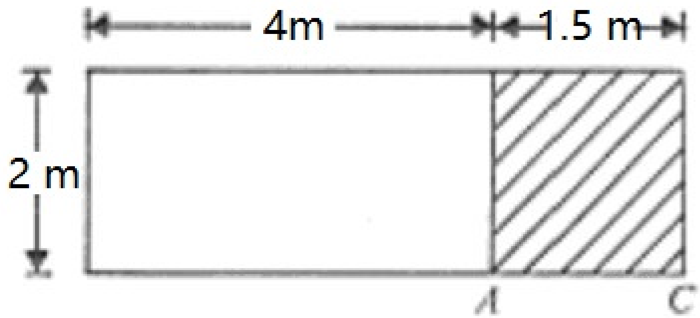
$$m=\frac{L}{z}=\frac{1.5}{5}=0.3 \qquad n=\frac{B}{z}=\frac{1.0}{5}=0.2\,,\ I_{r3}=0.0259$$

Pour rectangle 4

$$m=\frac{L}{z}=\frac{1.0}{5}=0.2 \qquad n=\frac{B}{z}=\frac{0.5}{5}=0.1\,,\ I_{r4}=0.0092$$

$$\sigma_z=q\left(I_{r1}+I_{r2}+I_{r3}+I_{r4}\right)=100\times\left(0.0629+0.0222+0.0259+0.0092\right)=12.02kPa$$

Point C:



La contrainte verticale au point C peut être calculée par la contrainte causée par le rectangle 5.5m x 2.0m moins la contrainte verticale causée par le rectangle 2m x 1.5m.

Pour le rectangle 5.5m ×2m

$$m = \frac{L}{z} = \frac{5.5}{5} = 1.1 \qquad n = \frac{B}{z} = \frac{2}{5} = 0.4,\ I_{r1} = 0.1041$$

Pour le rectangle 2m × 1.5m

$$m = \frac{L}{z} = \frac{2}{5} = 0.4 \qquad n = \frac{B}{z} = \frac{1.5}{5} = 0.3,\ I_{r2} = 0.0474$$

$$\sigma_z = q(I_{r1} - I_{r2}) = 100 \times (0.1041 - 0.0474) = 5.67kPa$$

Q2. La zone circulaire flexible démontré à la **figure 2** est uniformément chargée avec q = 400 kN/m^2. En utilisant le diagramme de Newmark sur la **figure 3**, déterminez l'augmentation de contrainte verticale, □□, au point A.

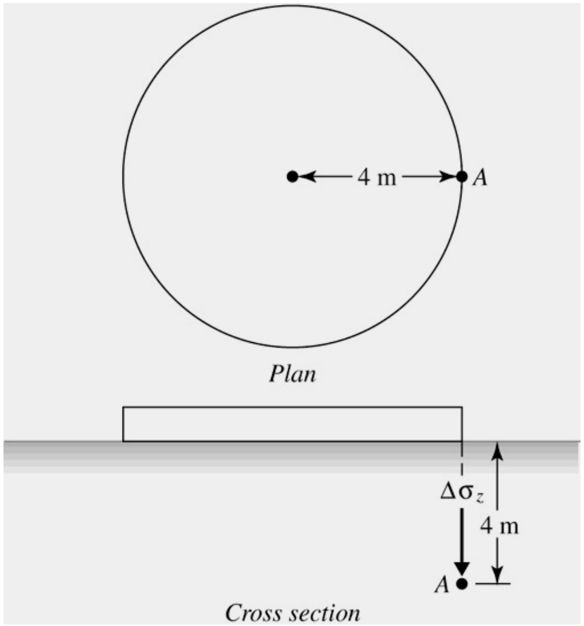
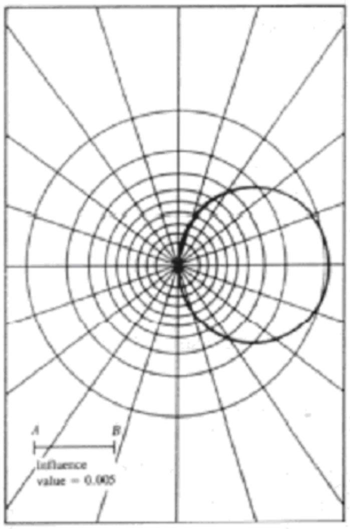


Figure #2

Solution

Puisque la profondeur du point z=4m,
L'échelle qu'on doit utiliser est : AB= 4m

Avec cette information, on peut effectivement dessiner la région qui subit la contrainte verticale sur le diagramme de Newmark



La région influencée est de N=65

$\sigma_z = 0.005Nq = 0.005 \times 400 \times 65 = 130kN / m^2$

Q3. Le plan d'une zone de chargement en forme de bande flexible est représenté sur la **Figure #4**. La charge uniformément répartie sur la zone flexible, q est de 200 kN / m2. B = 6m.

a) Déterminez l'augmentation de la contrainte verticale à z = 3m et x = 0m, ± 3m, ± 6m, ± 9m;
b) Déterminez-la contrainte verticale sous le centre à z = 0, 2m, 4m, 6m, 8m, 10m, 12m.
c) Tracez la variation de l'augmentation de contrainte verticale le long de la distance et profondeur, respectivement.
d) Discutez de la distribution de l'augmentation de contrainte verticale dans le sol.

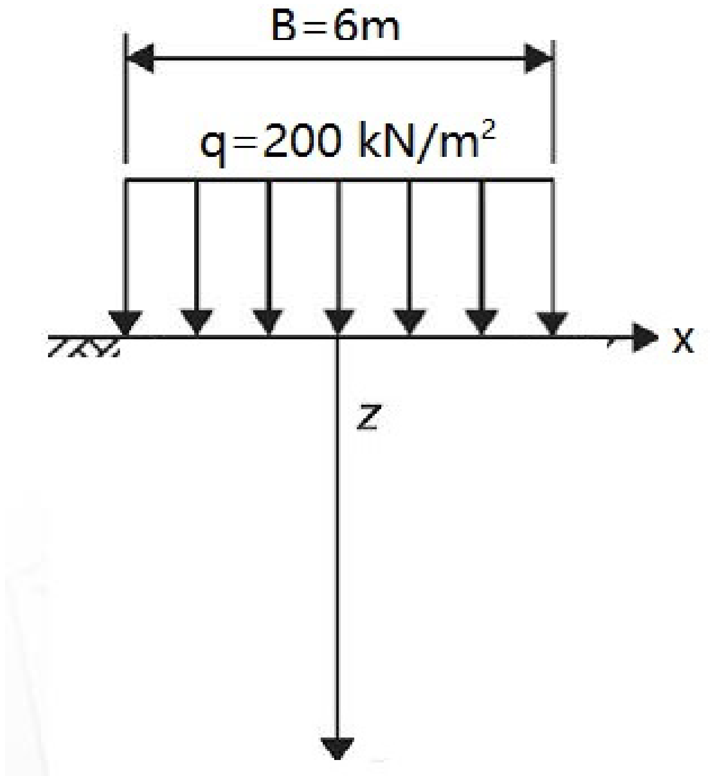


Figure #4

.

Solution:

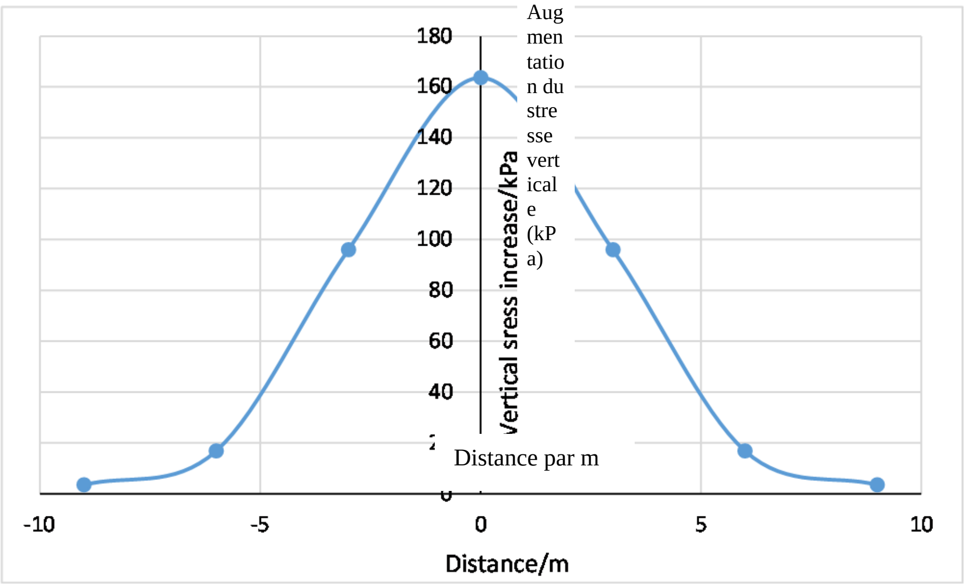
① z=3m

$$\Delta\sigma_z = \frac{q}{\pi}[\alpha + \sin\alpha \cdot \cos(\alpha + 2\beta)]$$

Ou x≥0, $\cos\alpha = \dfrac{z^2 + x^2 - 9}{\sqrt{z^2 + (x+3)^2}\sqrt{z^2 + (x-3)^2}}$, $\tan\beta = \dfrac{x-3}{z}$

Les variables, x et z sont des coordonnées.

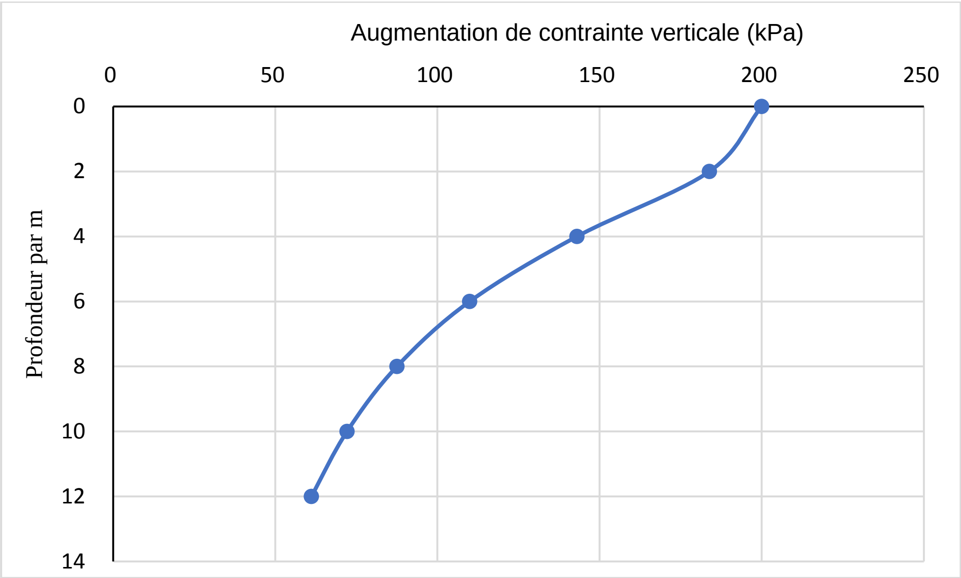
z	x	α	β	$\Delta\sigma_z$
3	0	1.57	-0.79	163.66
3	3	1.11	0.00	95.95
3	6	0.46	0.79	16.78
3	9	0.22	1.11	3.44



Ce graphique démontre la distribution d'augmentation de contrainte verticale le long de la distance. Il peut être démontré que l'augmentation de contrainte verticale est la plus élevée le long du centre de la bande subissant une pression verticale. De plus, ce facteur diminue au fur et à mesure que qu'on s'éloigne de la bande.

② x=0

z	x	α	β	$\Delta\sigma_z$
0	0	3.14	-1.57	200.00
2	0	1.97	-0.98	183.90
4	0	1.29	-0.64	143.05
6	0	0.93	-0.46	109.96
8	0	0.72	-0.36	87.54
10	0	0.58	-0.29	72.15
12	0	0.49	-0.24	61.15



Cette figure démontre l'augmentation de la distribution de contrainte verticale le long de la profondeur. Il peut être observé que l'augmentation de contrainte verticale le long du centre de la bande diminue exponentiellement avec la profondeur.

Q4. Une semelle à écartement carré (B = 2 m, L = 8 m) est placée sur la surface du sol (illustrée par la **Figure #5**). Le profil des sols est également illustré par **Figure #5**. La nappe phréatique est à 1,0 m sous la surface du sol. Une charge ponctuelle P = 820,8 kN est appliquée sur la semelle. Calculez et tracez la variation de contrainte effective en situ et de l'augmentation de contrainte verticale le long de la profondeur sous le centre de la semelle. (Supposons que la pression appliquée sur la surface du sol par la semelle est uniforme).

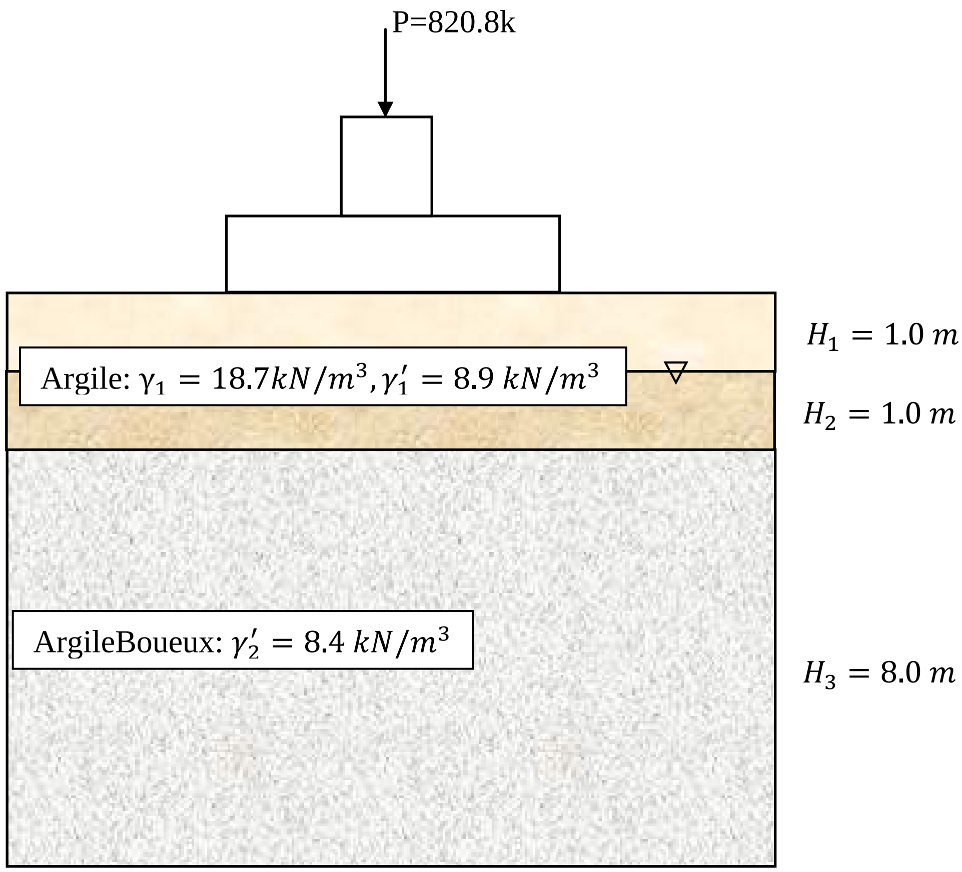


Figure #4

Solution

① Calculez la pression uniforme appliqué sur la surface du sol
q=P/A=820.8/(2x8)=51.3kPa.

② Calculez la contrainte verticale in situ
H=0, $\sigma_0 = 0kPa$
H=1m, $\sigma_1 = \gamma_1 H_1 = 18.7 \times 1 = 18.7kPa$
H=2m, $\sigma_2 = \gamma_1 H_1 + \gamma'_1 H_2 = 18.7 \times 1 + 8.9 \times 1 = 27.6kPa$
H=10m, $\sigma_{10} = \gamma_1 H_1 + \gamma'_1 H_2 + \gamma'_2 H_3 = 18.7 \times 1 + 8.9 \times 1 + 8.4 \times 8 = 94.8kPa$

③ Calculez l'augmentation de contrainte verticale

z=1m,

$$m = \frac{L}{z} = \frac{4}{1} = 4 \qquad n = \frac{B}{z} = \frac{1}{1} = 1, \; I_r = 0.2042$$

$$\sigma_z = 4qI_r = 4 \times 51.3 \times 0.2042 = 41.90kPa$$

z=2m,

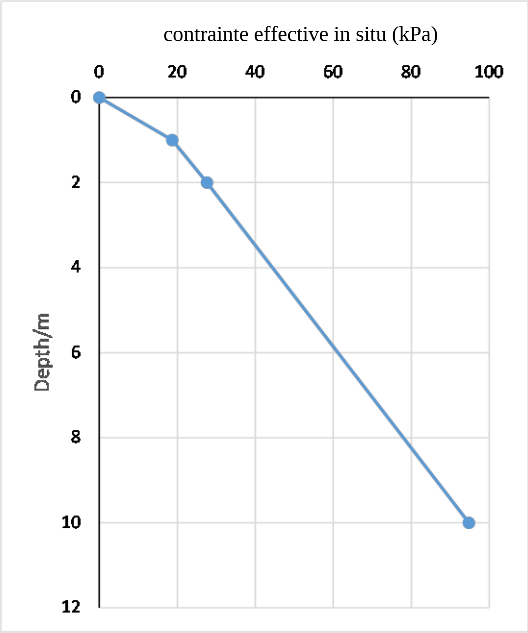
$$m = \frac{L}{z} = \frac{4}{2} = 2 \qquad n = \frac{B}{z} = \frac{1}{2} = 0.5, \; I_r = 0.1350$$

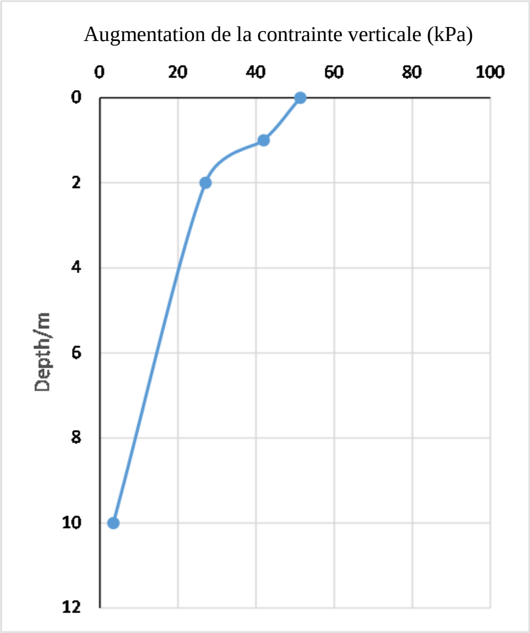
$$\sigma_z = 4qI_r = 4 \times 51.3 \times 0.1350 = 27.702kPa$$

z=10m,

$$m = \frac{L}{z} = \frac{4}{10} = 0.4 \qquad n = \frac{B}{z} = \frac{1}{10} = 0.1, \; I_r = 0.0168$$

$$\sigma_z = 4qI_r = 4 \times 51.3 \times 0.0168 = 3.45kPa$$


contrainte effective in situ (kPa)
0
20
40
60
80
100
0
2
4
6
8
10
12
Depth/m


Augmentation de la contrainte verticale (kPa)
0
20
40
60
80
100
0
2
4
6
8
10
12
Depth/m