Nom:

No d'étudiant: Jeudi le 23 novembre 2017

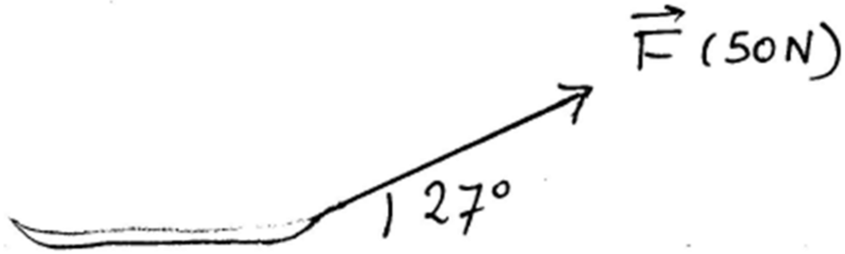
PHY 1521 test no. 2

Il est interdit de se servir de téléphones cellulaires, de dispositifs électroniques non autorisés ou de notes de cours (à moins qu'il s'agisse d'un examen à livre ouvert). Les téléphones et les dispositifs doivent être fermés et rangés dans votre sac : vous ne pouvez pas les laisser dans vos poches ou sur votre personne. Sinon, on pourrait vous demander de quitter l'examen immédiatement et des allégations de fraude scolaire pourraient être déposées dont le résultat pourrait être un 0 (zéro) pour l'examen.

Signé ici :

En apposant votre signature, vous reconnaissez vous être assuré de respecter l'énoncé ci-dessus.

Q1. (8 points) Un enfant tire un traineau sur une surface horizontale avec une force constante de 50N faisant un angle de 27^o avec l'horizontale. Quel travail fait-il sur une distance de 10m. S'il marche à une vitesse de 1,5m/s quelle puissance fournit-il ?



Travail $W = \vec{F} \cdot \vec{d} = 50 \times 10 \times \cos 27^\circ$

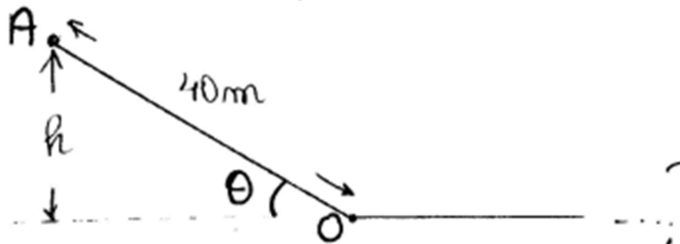
$= 500 \times 0{,}891$

$= 445{,}5\ J$

Puissance $P = \vec{F} \cdot \vec{v} = 50 \times 1{,}5 \times 0{,}891$

$= 66{,}8\ W$

Q2. (10 points) Un traineau avec une masse totale de 50kg descend une côte à partir d'une hauteur *h*=20 m. Le premier segment de longueur 40m est rectiligne et en pente. Le deuxième segment est horizontal. Le coefficient de friction entre la neige et le traineau $\mu_c = 0{,}2$. Quelle distance totale le traineau parcourt-il avant de s'arrêter?



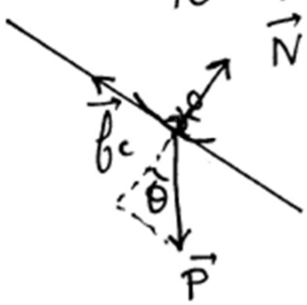
B point où le traineau s'arrête

$$U_B + K_B = U_A + K_A + W_{mc1} + W_{mc2}$$

$$0 + 0 = mgh + 0 + W_{mc1} + W_{mc2} \quad (1)$$

W_{mc1} = travail de la force de frottement de A à O

$$\sin\theta = \frac{h}{40} = \frac{20}{40} = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 30° \Rightarrow \cos 30° = 0{,}866$$



$$f_c = \mu_c N = \mu_c mg\cos\theta$$

$$W_{mc1} = -f_c \times 40$$

$$= -0{,}2 \times 50 \times 9{,}8 \times 0{,}866 \times 40$$

$$= -3394{,}7\,J$$

W_{mc2} = travail de la force de frottement de O à B

$$= -\mu_c N d = -\mu_c mg d = -0{,}2 \times 50 \times 9{,}8\, d$$

$$= -98 d$$

$$\Rightarrow 0 = mgh - 3394{,}7 - 98d = 9800 - 3394{,}7 - 98d$$

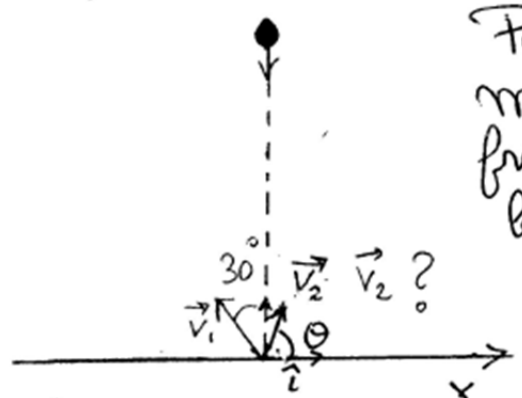
$$\text{ou } d = \frac{9800 - 3394{,}7}{98} = 65{,}36\,m$$

ou directement de (1)

$$0 = \cancel{mg}h - \mu_c \cancel{mg}\cos 30° \times 40 - \mu \cancel{mg} d$$

$$\Rightarrow d = \frac{h - \mu_c \times 0{,}866 \times 40}{\mu_c} = 65{,}36\,m$$

Q3. (10 points) Une balle en bois de masse 200g est lâchée de 1 m de haut. Elle frappe le sol et se brise en deux fragments. L'un des fragments de 50g rebondit avec une vitesse de 8m/s à un angle de 30° avec la verticale. En supposant que la collision aurait été élastique si la balle était restée intacte, trouver pour le deuxième fragment, le module de sa vitesse et de son angle avec la verticale. (Indice: Calculer d'abord la vitesse de rebond de la balle comme si elle restait entière.)



Pour savoir quelle quantité de mouvement totale les deux fragments ont, on doit calculer la vitesse d'impact de la balle

$$V^2 = 2gh$$

$$V = \sqrt{2 \times 9{,}8} = 4{,}43\,m/s$$

$$\vec{P}_{total} = mV\hat{\jmath} = 0{,}2 \times 4{,}43\,\hat{\jmath} = 0{,}885\,\hat{\jmath}\ (kg \cdot m/s)$$

qui se distribue entre les 2 fragments $m_1 = 0{,}050\,kg$, $m_2 = 0{,}150\,kg$

$$\vec{P}_{total} = P_x\hat{\imath} + P_y\hat{\jmath}$$

$$\begin{cases} P_x = -m_1 \cos 60^{\circ}\, V_1 + m_2 \cos\theta\, V_2 = 0 \\ P_y = m_1 \sin 60^{\circ}\, V_1 + m_2 \sin\theta\, V_2 = 0{,}885\ kg \cdot m/s \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} V_2 \cos\theta = \dfrac{m_1}{m_2}\cos 60^{\circ} V_1 = \dfrac{0{,}05}{0{,}15} \times 0.5 \times 8 = 1.33\,m/s \\ V_2 \sin\theta = \dfrac{1}{m_2}\left[0{,}885 - m_1 \sin 60^{\circ} V_1\right] \end{cases}$$

$$= \frac{1}{0{,}150}\left[0{,}885 - 0{,}05 \times 0{,}866 \times 8\right]$$

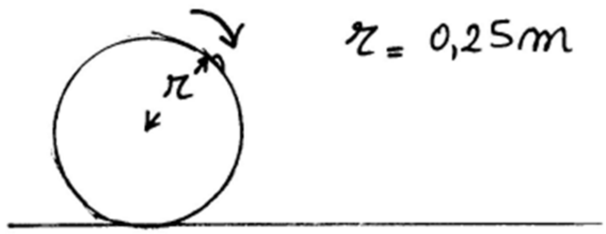
$$= 3{,}59\,m/s$$

$$\Rightarrow V_2 = \sqrt{1{,}33^2 + 3{,}59^2} = 3{,}83\,m/s$$

$$\tan\theta = \frac{3{,}59}{1{,}33} = 2{,}70 \rightarrow \theta = 69{,}7^{\circ}$$ avec l'horizontale

ou $20{,}33^{\circ}$ avec la verticale.

Q4. (10 points) Une voiture freine. Ses roues ont un rayon de 25cm. A un instant donné (t=0) les roues tournent à 200 tr/min. Durant les 5s qui suivent, elles font 10 tr de plus. Quelle est l'accélération angulaire des roues? Si cette accélération est maintenue, quelle distance supplémentaire parcourt la voiture avant de s'arrêter ?



$r = 0{,}25\,m$

$\omega_0 = \dfrac{200 \times 2\pi}{60} = 20{,}94\,rd/s$

pour $t = 5\,s$

$\Delta\theta = 10 \times 2\pi$

$= 62{,}83\,rd$

$$\Delta\theta = \omega_0 t + \tfrac{1}{2}\alpha t^2 \Rightarrow \alpha = \frac{2}{t^2}(\Delta\theta - \omega_0 t)$$

$$= \frac{2}{25}(62{,}83 - 20{,}94 \times 5)$$

$$= -3{,}35\,rd/s^2$$

Rotation supplémentaire :

$$0\ \cancel{\omega_f^2} - \omega_0^2 = 2\alpha\,\Delta\theta \quad \text{ou} \quad \Delta\theta = \frac{-\omega_0^2}{2\alpha} = \frac{20{,}94^2}{2 \times 3{,}35}$$

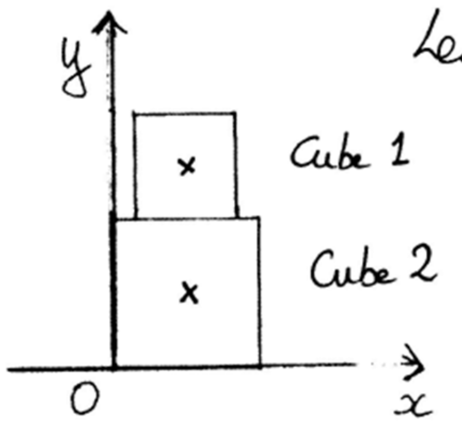
$$= 65{,}44\,rd$$

ou après les 5 s, seulement

$65{,}44 - 62{,}83 = 2{,}61\,rd$

ou $\dfrac{2{,}61}{2\pi} = 0{,}41$ tour. même pas un demi-tour

Q5. (7 points) Deux cubes homogènes sont placés l'un sur l'autre (Cube 1 sur Cube 2) avec leur axe de symétrie vertical commun aligné. Cube 1 a des côtés de 7cm de long et une masse de 3kg tandis que Cube 2 a des côtés de 10cm et une masse de 1kg (voir dessin). Trouver les coordonnées du centre de masse du système, d'après les axes dans la figure.



Les C.M des deux cubes sont situés à

$x_{1cm} = 5cm$

$y_{1cm} = (10 + 7/2) = 13,5cm$

$x_{2.cm} = 5cm$

$y_{2cm} = 10/2 = 5cm$

Les coordonnées du C.M. du système sont données par

$$X_{c.m} = \frac{m_1 x_{1cm} + m_2 x_{2cm}}{m_1 + m_2} = x_{1cm} = x_{2cm} = 5cm$$

$$Y_{c.m} = \frac{m_1 y_{1cm} + m_2 y_{2c.m}}{m_1 + m_2} = \frac{3 \times 13,5 + 1 \times 5}{3+1}$$

$$= 11,37 cm$$

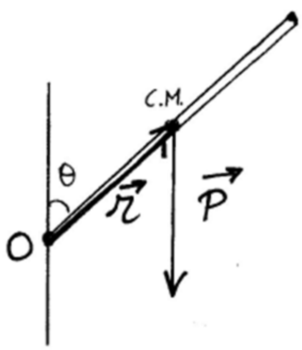
Q6. (10 points) Une tige de masse 0,5kg et de longueur 40cm est attachée à un bout à un pivot.

a) Quel est le moment de force attribuable au poids en fonction de θ, l'angle entre la tige et la verticale?

b) Quelle est l'accélération angulaire de la tige en fonction de θ?

c) Quelle est l'accélération linéaire de l'extrémité de la tige quand θ= 90^{o} ? Comparer cette valeur avec *g*.

d) Trouver en utilisant le théorème de l'énergie cinétique la vitesse angulaire et la vitesse de l'extrémité la plus éloignée de la tige, si on lâche la tige à partir de l'horizontale.



$L = 0{,}4 m$
$m = 0{,}5 kg$

a)
$$\tau = r P \sin\theta$$
$$= \frac{L}{2} \times mg \sin\theta$$
$$= 0{,}2 \times 0{,}5 \times 9{,}8 \sin\theta$$
$$= 0{,}98 \sin\theta$$

b)
$$\tau = I\alpha \quad \text{où } I = \frac{1}{3} mL^2$$
$$= \frac{1}{3} \times 0{,}5 \times 0{,}4^2$$
$$= 0{,}0266 \text{ kg m}^2$$
$$\alpha = \frac{\tau}{I}$$
$$= \frac{0{,}98}{0{,}0266} \sin\theta = 36{,}8 \sin\theta \text{ rd/s}^2$$

c)
$$a_L = \alpha L \quad \text{pour } \theta = 90^\circ$$
$$= 36{,}8 \times 0{,}4 = 14{,}72 \text{ m/s}^2 > 9{,}8 \text{ m/s}^2 = g$$

d)
$$\theta_0 = 90^\circ$$
$$\theta_f = 180^\circ$$
$$U_f + K_f = U_0 + \cancel{K_0}^{\,0}$$
$$K_f = U_0 - U_f$$
$$\frac{1}{2} I \omega_f^2 = mg \frac{L}{2}$$
$$\omega_f^2 = \frac{mgL}{I} = \frac{0{,}5 \times 9{,}8 \times 0{,}4}{0{,}0266}$$
$$= 73{,}68$$
$$\omega_f = 8{,}53 \text{ rd/s}$$
$$V_L = \omega_f L = 3{,}43 \text{ m/s}$$

Formules

Pour a_x = const. , $v_x = v_{x0} + a_x t$, $x = x_0 + v_{x0}t + ½a_x t^2$, $v_x^2 - v_{x0}^2 = 2\, a_x\, \Delta x$

Portée $P= v_0^2 \sin 2\theta_0/g$

$a_r = v^2/r$, $T= 2\pi/\omega$, $f=\omega/2\pi$, $v = \omega r$; $x' = x - vt$, $y'=y$, $z'=z$, $t'=t$

$\sum \vec{F}= m\vec{a}$, $\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$, $f_s^{max} = \mu_s N$, $f_c = \mu_c N$

Gravitation: $\overrightarrow{F_{1,2}} = -G\,\frac{m_1 m_2}{r_{12}^2}\hat{r}_{1,2}$, où $G=6{,}674\times10^{-11}$ Nm²/kg² ; $g_T= \frac{GM_T}{R_T^2}=9{,}8\ m/s^2$

($M_T=5{,}98\times10^{24}$ kg; $R_T=6{,}37\times10^6$ m)

$\Delta W=\vec{F}\cdot\overrightarrow{\Delta r}$, $K= ½\, mv^2$, $U=mgh$, $U= -\frac{GMm}{r}$, $U=\frac{1}{2}kx^2$

$U_B+K_B = U_A+K_A+W_{nc}+W_{ext}$

$P=dW/dt$, $P=\vec{F}\cdot\vec{v}$, $1hp =746W$

$\vec{P} = m\vec{v}$, $\vec{F}\Delta t = \Delta\vec{p}$

systèmes: $\vec{F}_{ext}\Delta t = \Delta\vec{P}_{total} = M\Delta\vec{v}_{CM}$, $\vec{r}_{CM} = \sum m_i\vec{r}_i/M$, $\vec{v}_{CM} = \sum m_i\vec{v}_i/M$

$K = K_{CM} + K_{rel} = ½\, Mv_{CM}^2 + K_{rel}$, $K_{rot}= ½\, I\, \omega^2$,

$I = \sum m_i r_i^2$, $I = I_{CM} + Md^2$, $I = MR_g^2$

cylindre plein (ou disque): $I= ½\, MR^2$; *cylindre creux (ou anneau):* $I=MR^2$;

tige: $I=\frac{1}{3}ML^2$ (bout) , $I=\frac{1}{12}ML^2$ (CM);

sphère : $I=\frac{2}{5}MR^2$ (pleine), $I=\frac{2}{3}MR^2$ (creuse)

$s=r\,\Delta\theta$, $v_t = r\,\omega$, $a_t = r\,\alpha$,

pour α=const., $\omega = \omega_0 + \alpha t$, $\theta = \theta_0 + \omega_0\, t + ½\, \alpha t^2$, $\omega^2 = \omega_0^2+2\,\alpha(\theta- \theta_0)$

$\vec{\tau} = \vec{r}\times\vec{F}$, $\tau = rF_\perp = r_\perp F = rF\sin\theta$, $\sum\tau= I\alpha$,

$dW= \tau\Delta\theta$, $P= \tau\omega$