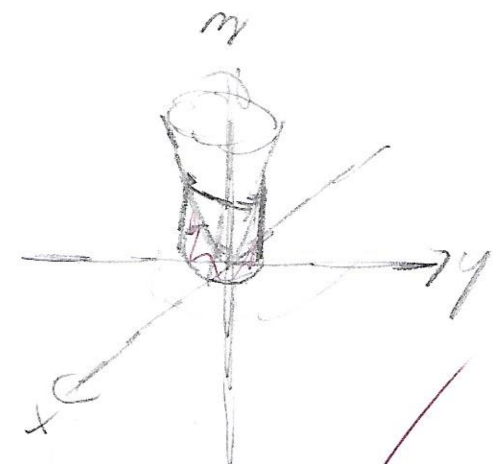
8. Utilisez les coordonnées cylindriques pour calculez $\iiint_E x^2 \, dV$, où E est le solide à l'intérieur du cylindre $x^2 + y^2 = 1$, au-dessus du plan $z = 0$ et sous le cône $z = \sqrt{4x^2 + 4y^2}$. Vous devez montrer votre démarche. (5 points)

Indices : Les identités trigonométriques suivantes peuvent être utiles :
$\cos^2 x = \frac{1+\cos(2x)}{2}$ $\sin^2 x = \frac{1-\cos(2x)}{2}$



$0 \le z \le \sqrt{4x^2+4y^2}$

$0 \le r \le 1$

$0 \le \theta \le 2\pi$

$$\int_0^{2\pi}\int_0^1\int_0^{\sqrt{4r^2\cos^2\theta+4r^2\sin^2\theta}} r^3\cos^2\theta \, dz\, dr\, d\theta$$

5

$$\int_0^{2\pi}\int_0^1\int_0^{2r} r^3\cos^2\theta \, dz\, dr\, d\theta$$

$$\int_0^{2\pi}\int_0^1 r^3\cos^2\theta \, z\Big|_{z=0}^{z=2r} dr\, d\theta$$

$$\int_0^{2\pi}\int_0^1 2r^4\cos^2\theta \, dr\, d\theta$$

$$\int_0^{2\pi} \frac{2r^5}{5}\cos^2\theta \Big|_{r=0}^{r=1} d\theta$$

$$\int_0^{2\pi} \frac{2}{5}\cos^2\theta \, d\theta$$

$$\frac{1}{5}\int_0^{2\pi} 1+\cos(2\theta)\, d\theta$$

$$= \frac{1}{5}\left(\theta + 2\sin(2\theta)\right)\Big|_0^{2\pi}$$

$$\boxed{= \frac{2\pi}{5}}$$