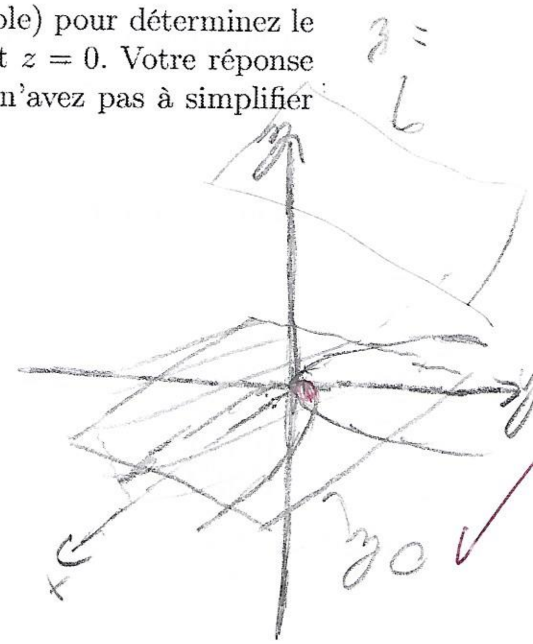
7. Utilisez une intégrale triple (et seulement une intégrale triple) pour déterminez le volume du solide borné par $y = x^2$, $x = y^2$, $z = x + y + 5$ et $z = 0$. Votre réponse finale devrait donner l'addition de plusieurs fractions. Vous n'avez pas à simplifier cette addition. (4 points)



$0 \le x \le 1$

$x^2 \le y \le \sqrt{x}$

$0 \le z \le x + y + 5$

$$\int_0^1 \int_{x^2}^{\sqrt{x}} \int_0^{x+y+5} 1 \, dz\, dy\, dx$$

$x^2 = \pm\sqrt{x}$

seulement à 0 et ± 1

$$\int_0^1 \int_{x^2}^{\sqrt{x}} x + y + 5 \, dy\, dx$$

$$\int_0^1 xy + \frac{y^2}{2} + 5y \Big|_{y=x^2}^{y=\sqrt{x}} dx$$

$$\int_0^1 \left(x^{\frac{3}{2}} + \frac{x}{2} + 5\sqrt{x}\right) - \left(x^3 + \frac{x^4}{2} + 5x^2\right) dx$$

$$\int_0^1 \left(x^{\frac{3}{2}} + \frac{x}{2} + 5\sqrt{x} - x^3 - \frac{x^4}{2} - 5x^2\right) dx$$

$$= \frac{2}{5}x^{\frac{5}{2}} + \frac{x^2}{4} + \frac{10x^{\frac{3}{2}}}{3} - \frac{x^4}{4} - \frac{x^5}{10} - \frac{5x^3}{3} \Big|_0^1$$

$$= \frac{2}{5} + \cancel{\frac{1}{4}} + \frac{10}{3} - \cancel{\frac{1}{4}} - \frac{1}{10} - \frac{5}{3}$$

$$\boxed{= \frac{2}{5} + \frac{5}{3} - \frac{1}{10}}$$

4