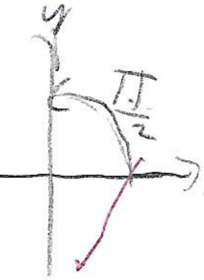
6. Évaluez $\iint_D (x^2 + y)\, dA$, où D est la région dans le premier quadrant entre les deux cercles centrés à l'origine et de rayon 1 et 3. (4 points)



Indices : Les identités trigonométriques suivantes peuvent être utiles :
$\cos^2 x = \frac{1+\cos(2x)}{2}$ $\sin^2 x = \frac{1-\cos(2x)}{2}$

Coordonnées polaires

$$\begin{cases} 1 \le r \le 3 \\ 0 \le \theta \le \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad \int_0^{\frac{\pi}{2}}\int_1^3 (r^2\cos^2\theta + r\sin\theta)\, r \, dr\, d\theta$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}}\int_1^3 r^3\cos^2\theta + r^2\sin\theta \, dr\, d\theta$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{r^4}{4}\cos^2\theta + \frac{r^3}{3}\sin\theta \Big|_{r=1}^{r=3} d\theta$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{81}{4}\cos^2\theta + \frac{27}{3}\sin\theta\right) - \left(\frac{1}{4}\cos^2\theta + \frac{1}{3}\sin\theta\right)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{80}{4}\cos^2\theta + \frac{26}{3}\sin\theta \, d\theta$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} 10(1+\cos(2\theta)) + \frac{26}{3}\sin\theta \, d\theta$$

$$10\theta + 20\sin(2\theta) - \frac{26}{3}\cos\theta \Big|_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= (5\pi) - \left(-\frac{26}{3}\right)$$

$$= \boxed{\frac{15\pi + 26}{3}}$$

4