

5. Utilisez une intégrale double pour déterminer l'aire de la région entre la parabole $x = -y^2$ et la ligne $y = x + 2$. Vous devez montrer votre démarche. (5 points)

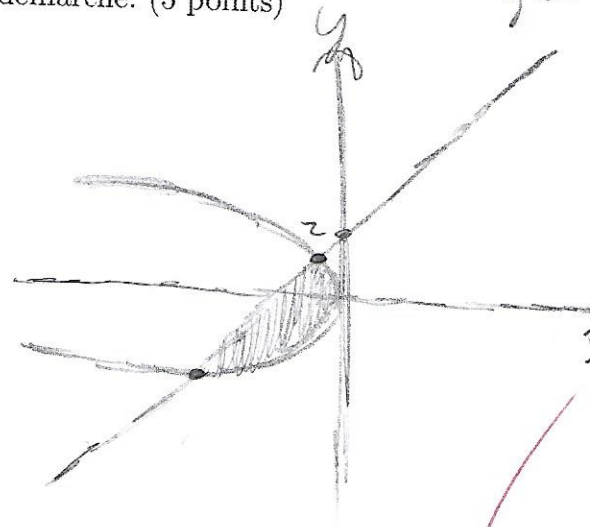
Type 2:

$$-y^2 = y - 2$$

$$0 = y^2 + y - 2$$

$$0 = (y+2)(y-1)$$

$$y = -2, y = 1$$



$$-2 \leq y \leq 1$$

$$y-2 \leq x \leq -y^2$$

$$\int_{-2}^1 \int_{y-2}^{-y^2} 1 \, dx \, dy$$

$$= \int_{-2}^1 x \Big|_{x=y-2}^{x=-y^2} dy$$

$$= \int_{-2}^1 -y^2 - y + 2 \, dy$$

$$= \left. \frac{-y^3}{3} - \frac{y^2}{2} + 2y \right|_{y=-2}^{y=1}$$

$$= \left(-\frac{1}{3} - \frac{1}{2} + 2 \right) - \left(\frac{8}{3} - 2 - 4 \right)$$

$$= -3 - \frac{1}{2} + 8$$

$$= \frac{9}{2}$$

(5)