Université d'Ottawa
Faculté de génie

Département de
génie mécanique

uOttawa

L'Université canadienne
Canada's university

University of Ottawa
Faculty of Engineering

Department of
Mechanical Engineering

GNG 1505 /GNG1105

Samedi 17 Déc. 2016 ***Examen Final*** **Durée: 3heures**

Profs. *(Section Anglais): A. Skaff, M. Noel, B. Momenan, A. Nastic, D. Macdonald*

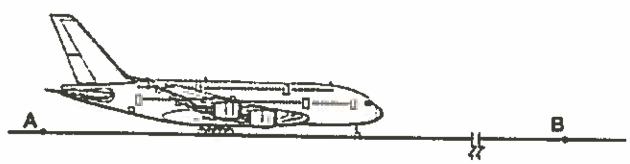
Prof. *(Section Français): M. Yandouzi*

Cet examen est à livre fermé. Les calculatrices non programmables sont acceptées. Tous autres appareils électroniques ne sont pas permis. L'examen est constitué de 4 problèmes à résoudre pour un total de 100 points. La durée de l'examen est de 3 heures.

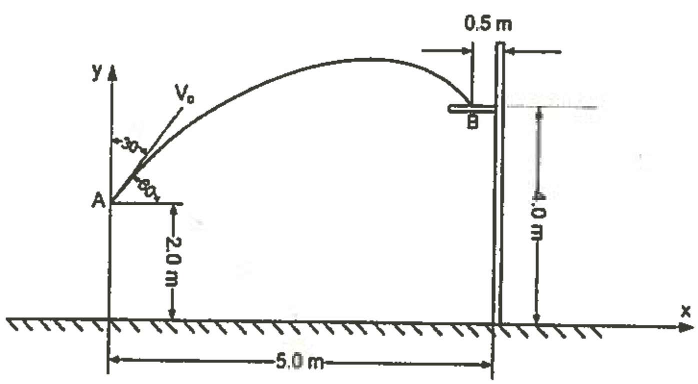
===================

Problème 1 **(15 pts)** *Les questions a) et b) sont indépendantes.*

a) Un avion commence un décollage sur une piste au point A avec une vitesse nulle et une accélération constante. Sachant qu'il va décoller 30 secondes plus tard au point B et que la distance AB est de 900m, déterminez l'accélération a et la vitesse de décollage V_B.



b) Un joueur de basket-ball a lancé la balle au point A avec une vitesse initiale V_0 qui fait 60° par rapport à l'horizontale. Elle tombe dans le cerceau au point B (voir schéma ci-dessous). Déterminez la vitesse initiale, V_0, de la balle ($g = 9{,}81\ m/s^2$).

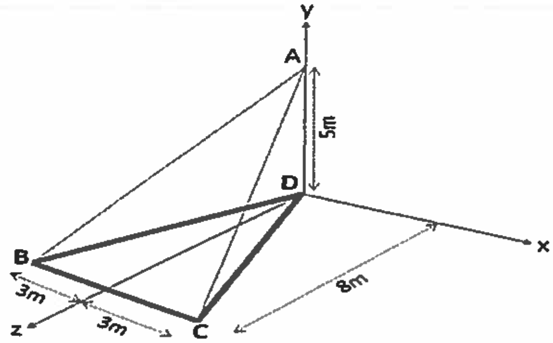


Problème 2 **(35 pts)** Une plaque métallique de forme triangulaire (BCD) est maintenue horizontalement par une rotule au point D et par deux câbles (BA et CA), comme illustré ci-dessous. La masse de la plaque est de 800 kg qui agit sur son centre de gravité G.

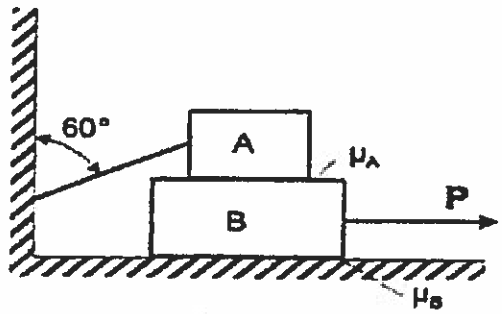
a) Dessinez le diagramme de corps libre (DCL) de la plaque.

b) Écrivez, sous forme de vecteur, la tension des câbles BA, CA et le poids de la plaque.

c) Calculez les tensions dans les câbles BA et CA, et les composantes de la réaction au point D.



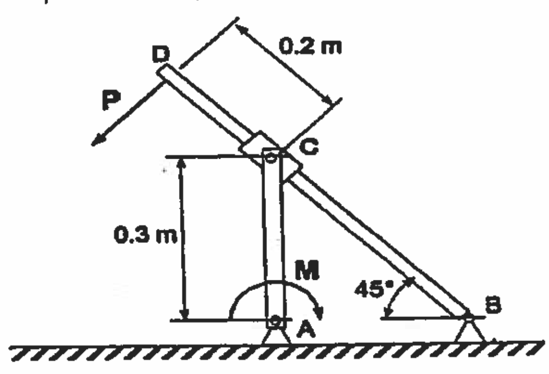
Problème 3 (25 pts) Le bloc A du schéma ci-dessous à une masse de 20 kg et est fixé au mur par un cordon à un angle de 60 degré par rapport à la verticale, tandis que le bloc B a une masse de 40 kg. Les coefficients de frottement statique entre A et B est $\mu_A = 0{,}2$; et entre B et le plancher est $\mu_B = 0{,}3$; alors que le coefficient de frottement cinétique est de 0,15. Déterminez la force minimale P requise pour faire glisser le bloc B (c.à.d. le mouvement imminent).



Problème 4 (25 pts) Le mécanisme représenté ci-dessous a deux joints de goupille en **A** et **B** et est entraîné par un couple M = 100 Nm au point **A**. Le manchon **C** est un curseur sans frottement qui est fixé à l'élément **AC** par une goupille sans friction. La force P agit perpendiculairement sur la tige **BD**.

a) Calculez la force P requise pour maintenir le système en équilibre.

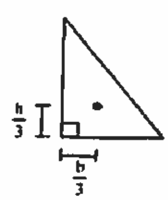
b) Déterminez les réactions aux points A et B.



Équations utiles :

$$x = x_0 + vt$$
$$v = v_0 + at$$
$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$
$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$$
$$\sum \overline{F} = m\dot{a}$$
$$\sum \overline{F_x} = m\overline{a_x}\ , \quad \sum \overline{F_y} = m\overline{a_y}\ , \quad \sum \overline{F_z} = m\overline{a_z}$$

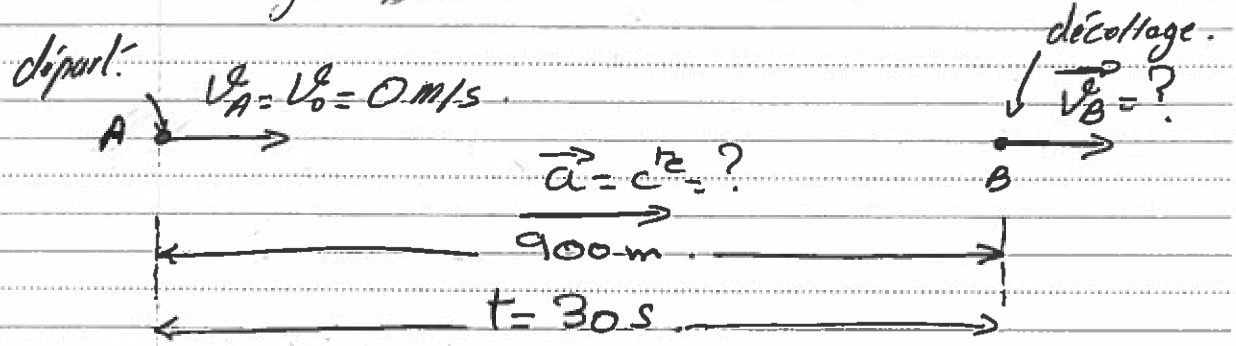
Centre de gravité



Bonne Chance!

Problème 1:

a) Déterminez l'accélération "a" et la vitesse de décollage "v_B".



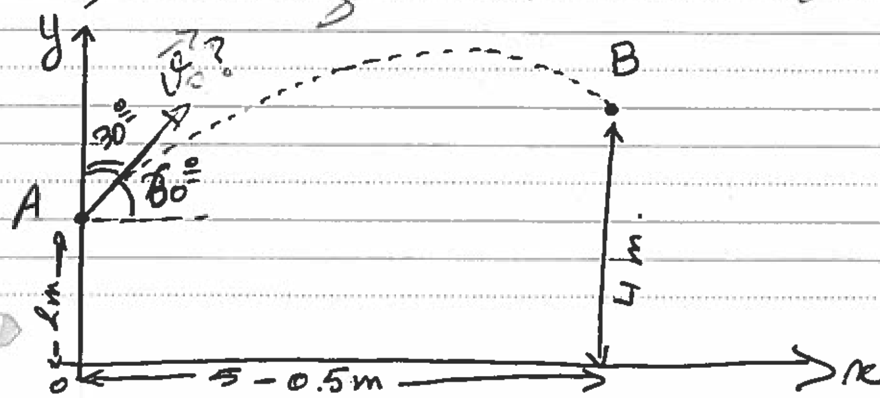
$$(*) \quad x(t) = \frac{1}{2}at^2 + \cancel{v_0 t} + \cancel{x_0} \quad (1pt)$$

$$\Rightarrow 900 = \frac{1}{2}a\,(30 sec)^2 \Rightarrow \boxed{a = 2 m/s^2} \quad (1.5)$$

$$(**) \quad v_B(t) = at + \cancel{v_0} \quad (1pt) \Rightarrow v_B = 2 m/s^2 \times 30 sec$$

$$\Rightarrow \boxed{v_B = 60 m/s.} \quad (1.5)$$

b) Déterminez la vitesse initiale "v_0" de la balle.



(2)

$$V_B = V_0 \begin{cases} V_0 \cos 60 \ \ \vec{ox} \ (1pt) \\ V_0 \sin 60 \ \ \vec{oy} \ (1pt) \end{cases}$$

Données :

$x_0 = x_A = 0 \quad , \quad x_B = 5 - 0.5 = 4.5\,m$.

$y_0 = y_A = 2\,m \quad , \quad y_B = 4\,m$.

<u>Le long de x :</u> $\quad V = c^{te}$ et $a_x = 0$.

$\Rightarrow x = V_{0x} t + x_0 \Rightarrow 4.5m = V_0 \cos 60° t + 0$ [1 (2pts)

<u>Le long de y :</u> $\quad a_y = c^{te} = -9.81\,m/s^2$.

$\Rightarrow y = y_0 + V_{0y} t + \frac{1}{2} a_y t^2$

$\Rightarrow 4 = 2 + V_0 \sin 60° t + \frac{1}{2}(-9.81)\, t^2$ (2pts) [2] .

[1] $\Rightarrow V_0 = \frac{4.5}{0.5t} = \frac{9}{t}$ [3] $(\cos 60° = 0.5)$.

[3] dans [2] $\Rightarrow 4 = 2 + \frac{9}{\cancel{t}} \sin 60° \cancel{t} - \frac{1}{2} \times 9.81\, t^2$.

$\Rightarrow t^2 = 1.18 \Longrightarrow \boxed{t = 1.09\,sec.}$ 2pts

$V_0 = \frac{9}{t} \Longrightarrow V_0 = \frac{9}{1.09} \simeq 8.26\,m/s$.

$$\boxed{\vec{V_0} = 8.26\,m/s \ \nearrow 60}$$ (2pts)

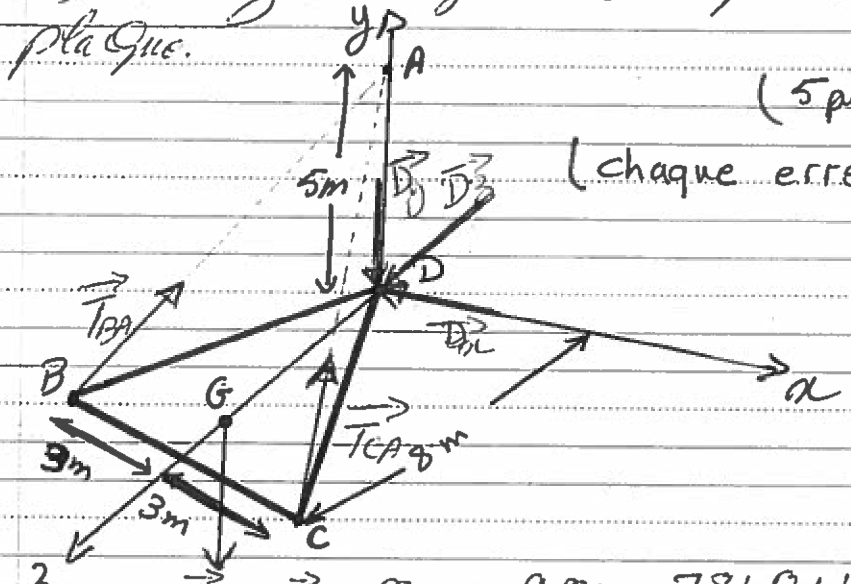
3

Problème2:

a) Dessinez le diagramme de Corps libre (DCL) de la plaque.

(5pts)

(chaque erreur -1pt!)



~~$\vec{W} = m\vec{g} = 800 \times 9.81 = 7848N\ \vec{j}$~~

→ Les Coordonnées des diff. points (en mettre).

D (0, 0, 0) origine / A(0, 5, 0) / B(-3, 0, 8).

C (3, 0, 8) / G(0, 0, 5.33).

G (Centre de Gravité) est à la position de $\frac{2h}{3} = \frac{2}{3}(8m) = 5.33$ par rapport à l'origine le pt D.

b) Ecrire sous forme de vecteurs $\vec{T_{BA}}$, $\vec{T_{CA}}$ et $\vec{W}$

(1) $\vec{W} = m.g.(-\vec{j}) = 800 \times 9.81\ (-\vec{j})$.

$$\boxed{\vec{W} = -7848N\ \vec{j}}$$ (2pts)

(4)

(2) $\vec{T}_{BA} = T_{BA}\,\vec{n}_{BA} = T_{BA} \cdot \frac{\vec{BA}}{\|\vec{BA}\|}$

$\Rightarrow \vec{T}_{BA} = T_{BA} \cdot \frac{1}{9.9} \cdot (3\vec{i} + 5\vec{j} - 8\vec{k})$.

(4pts)

$\Rightarrow \boxed{\vec{T}_{BA} = (0.303\,\vec{i} + 0.505\,\vec{j} - 0.808\,\vec{k})\ T_{BA}}$

(3) $\vec{T}_{CA} = T_{CA} \cdot \vec{n}_{CA} = T_{CA} \cdot \frac{\vec{CA}}{\|\vec{CA}\|}$.

$\Rightarrow \vec{T}_{CA} = T_{CA} \cdot \frac{1}{9.9} \cdot (-3\vec{i} + 5\vec{j} - 8\vec{k})$ (4pts)

$\Rightarrow \boxed{\vec{T}_{CA} = (-0.303\,\vec{i} + 0.505\,\vec{j} - 0.808\,\vec{k})\ T_{CA}}$.

C) Calculez les tensions dans les câbles et les composantes de la réaction au point D.

Appliquez les Conditions d'Equilibre :

$\overset{+}{\rightarrow} \sum F_x = 0 : 0.303\,T_{BA} - 0.303\,T_{CA} - D_x = 0$. [Eq 1] 2pts

$(+)\uparrow \sum F_y = 0 : 0.505\,T_{BA} + 0.505\,T_{CA} - 7848 - D_y = 0$ [Eq 2] 2pts

$(+)\swarrow \sum F_z = 0 : -0.808\,T_{BA} - 0.808\,T_{CA} + D_z = 0$ [Eq 3] 2pts

Nous avons 5 inconnus et seulement 3 équations

$\Rightarrow$ Trop d'inconnu !

Sol. $\Rightarrow$ prendre $\sum M$ au pt D.

$\circlearrowleft + \quad \sum \vec{M}_D = \underbrace{(\vec{r}_{DB} \times \vec{T}_{BA})}_{M_1} + \underbrace{(\vec{r}_{DG} \times \vec{W})}_{M_2} + \underbrace{(\vec{r}_{DC} \times \vec{T}_{CA})}_{M_3} =$ 2pts

(5)

$$\left.\begin{aligned} \vec{r}_{DB} &= -3\vec{i} + 0\vec{j} + 8\vec{k} \\ \vec{r}_{DG} &= 0\vec{i} + 0\vec{j} + 5.33\vec{k} \\ \vec{r}_{DC} &= 3\vec{i} + 0\vec{j} + 8\vec{k} \end{aligned}\right\}$$ Les vecteurs positions (3pts)

$$\underbrace{\vec{r}_{DB} \times \vec{T}_{BA}}_{M_1} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -3 & 0 & 8 \\ 0.303 & 0.505 & -0.808 \end{vmatrix} T_{BA} = \left(-4.04\vec{i} - 0\vec{j} - 1.515\vec{k}\right) T_{BA}$$ (1pt)

$$\underbrace{\vec{r}_{DG} \times \vec{W}}_{M_2} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & 5.33 \\ 0 & -7848 & 0 \end{vmatrix} = 41829.84 \text{ N.m } \vec{i}$$ (1pt)

$$\underbrace{\vec{r}_{DC} \times \vec{T}_{CA}}_{M_3} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & 0 & 8 \\ -0.303 & 0.505 & -0.808 \end{vmatrix} T_{CA} = \left(-4.04\vec{i} + 0\vec{j} + 1.515\vec{k}\right) T_{CA}$$ (1pt)

$$\sum M_D = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sum M_D \vec{i} = 0 \\ \sum M_D \vec{j} = 0 \\ \sum M_D \vec{k} = 0 \end{cases}$$

Somme de Composants :

$\vec{i}$: $-4.04\,T_{BA} + 41829.84 - 4.04\,T_{CA} = 0$ [EQ4] (1pts)

$\vec{j}$: $\varnothing$

$\vec{k}$: $-1.515\,T_{BA} + 1.515\,T_{CA} = 0$ [EQ5] (1pts)

(6)

[Eq5] $\Rightarrow$ $T_{BA} = T_{CA}$

[Eq4] $\Rightarrow$ $8.08\, T_{BA} = 41829.84$

$\Rightarrow$ $\boxed{T_{BA} = T_{CA} = \dfrac{41829.84}{8.08} = 5176\ N.}$ 2pts

[Eq1] $\Rightarrow$ $\boxed{D_x = 0 \quad \text{puisque } T_{BA} = T_{CA}.}$ 1pt

[Eq2] $\Rightarrow$ $2(0.505)(5176) - 7848 - D_y = 0.$

$\Rightarrow$ $D_y = -2620.24\ N$

$\Rightarrow$ $\boxed{D_y = 2620.24N \uparrow \oplus}$ 1pt

[Eq3] $\Rightarrow$ $D_z = 2(0.808)(5176).$

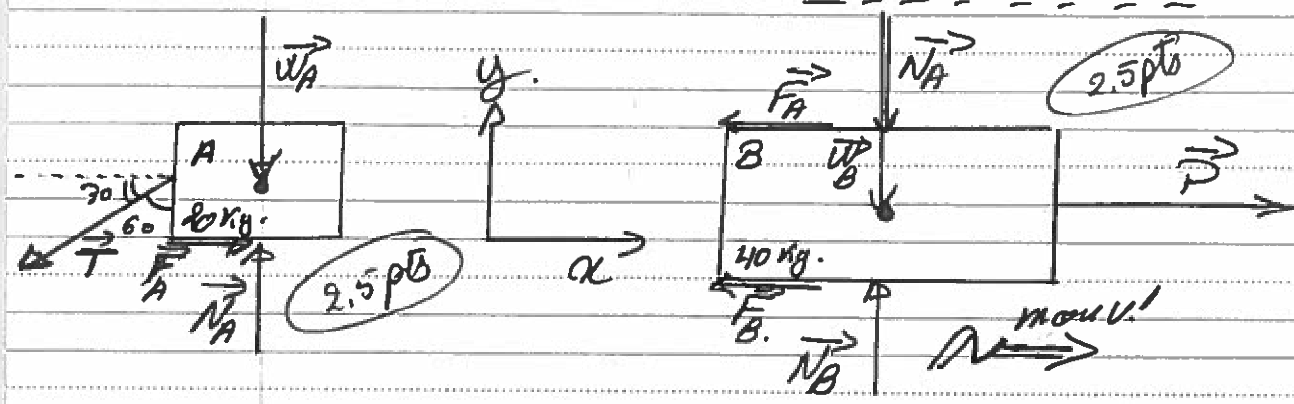
$\Rightarrow$ $\boxed{D_z = +\ 8364.42N \swarrow \oplus}$ 1pt.

(7) N.B : $\sin 60° = \cos 30° = 0{,}866$ Et $\cos 60° = \sin 30° = 0{,}5$

Problème 3: Déterminez la force minimale P requise pour faire glisser le bloc (Cond. Imminent).

DCL du bloc A:

DCL du bloc B:



$\vec{W_A} = 20\ kg \cdot 9.81\ m/s^2 = 196.2N \downarrow$

$\vec{W_B} = 40\ kg \cdot 9.81\ m/s^2 = 392.4N \downarrow$

→ Conditions d'équilibre (Bloc A):

$\xrightarrow{+} \sum F_x = 0 \Rightarrow F_A - T\sin(60°) = 0$ [Eq 1] 2pts

$+\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow N_A - W_A - T\cos(60°) = 0$. [Eq 2] 2pts

Nous savons aussi que: $\vec{F_A} = \vec{N_A} \cdot \mu_s$. ($\mu_s = 0.2$).

[Eq 1] $\Rightarrow N_A \mu_s - T\sin(60°) = 0 \Rightarrow$ ~~$N_A = \frac{T\sin 60°}{\mu_s}$~~

$\Rightarrow \boxed{T = \frac{\mu_s N_A}{\sin 60°} = \frac{0.2\ N_A}{\sin 60°}}$ [Eq 3] (2pts)

(8)

[EQ3] dans [EQ2]: $N_A - W_A - \left(\frac{0.2\,N_A}{\sin 60°}\right) \cos 60° = 0$

$\Rightarrow N_A\left(1 - 0.2 \cdot \frac{\cos 60°}{\sin 60°}\right) - W_A = 0$

$\Rightarrow N_A = \frac{W_A}{(1 - 0.2\cot 60)} \Rightarrow N_A = \frac{196.2\,N}{0.884}$

(4pts) $\Rightarrow \boxed{N_A = 221.95\,N}$

$\Rightarrow$ Conditions d'équilibre (Bloc B).

$\oplus\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow N_B - W_B - N_A = 0$ [EQ5] (2pts)

$\oplus\rightarrow \sum F_x = 0 \Rightarrow -F_B - F_A + P = 0$. (2pts)

$\Rightarrow -0.2\,N_A - 0,3\,N_B + P = 0$ [EQ4]

[EQ5] $\Rightarrow N_B = W_B + N_A \Rightarrow N_B = 392.4 + 221.95$

(3pts) $\Rightarrow \boxed{N_B \simeq 614.21\,N.}$ [EQ6]

[EQ6] dans [EQ4] : $(-0,2 \times 221.95) - (0.3 \times 614.21) + P = 0$.

$\Rightarrow \boxed{P = 228.65\,N.}$ (3pts)

la Force minimale requise pour faire glisser le bloc B est 228.65 N.
(juste plus élevé que)

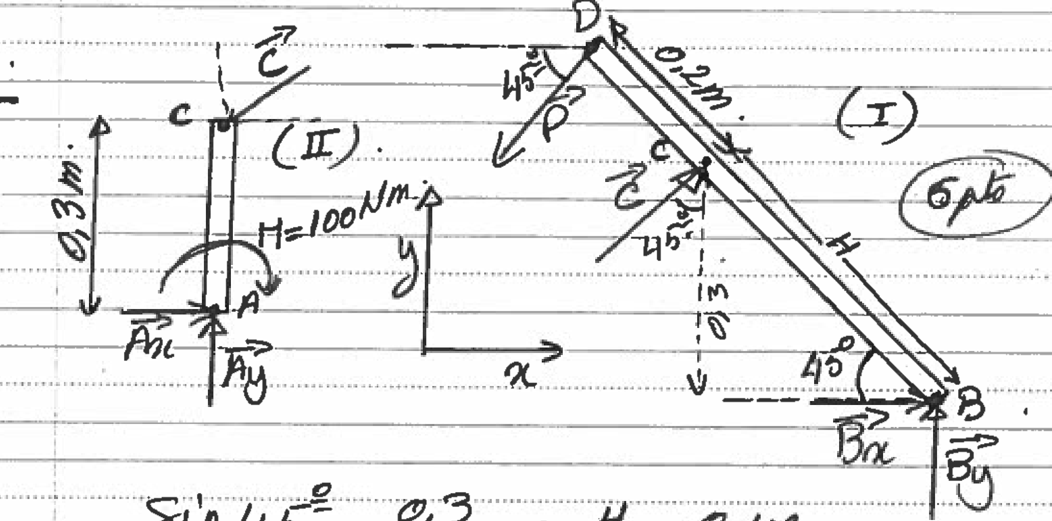
(9)

Problème 4: 25pts

a) Calculez la force "P" requise pour maintenir le système en équilibre.

DCLs:

(Décomposition de la structure)



$\sin 45° = \frac{0,3}{H} \Rightarrow H = 0.42.$

Et $\sin 45° = 0.707$

Structure (II):

$\overset{+}{\rightarrow} \sum F_x = 0 \Rightarrow A_x - C \sin 45° = 0$. [Eq1]

$\uparrow + \sum F_y = 0 \Rightarrow A_y - C \cos 45° = 0$. [Eq2]

$\circlearrowleft + \sum M_A = 0 \Rightarrow (C \sin 45°) \cdot (0.3m) - 100Nm = 0$. [Eq3]

Structure (I):

$\overset{+}{\rightarrow} \sum F_x = 0 \Rightarrow B_x + C \sin 45° - P \sin 45° = 0$ [Eq4]

$+\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow B_y + C \cos 45° - P \cos 45° = 0$ [Eq5]

$\circlearrowleft + \sum M_B = 0 \Rightarrow -C \cdot (0,42m) + P(0.42 + 0,2m) = 0$ [Eq6]

10

[Eq3] $\Rightarrow$ $C = \dfrac{100\,Nm}{0{,}3m \cdot \sin 45} = \dfrac{100}{0.3 \times 0{,}707}$

$\Rightarrow \boxed{C = 471.7\,N \; 45°} \; 2$

[Eq3] dans [Eq6] $\Rightarrow -471.7 \times 0{,}42m + P \times 0{,}62 = 0$

$\overset{3}{\Rightarrow} \boxed{P = \dfrac{471.7 \times 0.42}{0{,}62} = 319.54N \; 45°}$

b) Déterminez les réactions aux pts A et B.

[Eq4] $\Rightarrow B_x = P \sin 45 - C \sin 45$.

$\Rightarrow B_x = 319.54 \times 0.707 - 471.7 \times 0.707$

$\Rightarrow \boxed{B_x = -107.58 = 107.58 \leftarrow} \; 2$

[Eq5] $\Rightarrow B_y = P\cos 45 - C \cos 45$.

$\Rightarrow B_y = 319.54 \times 0{,}707 - 471.7 \times 0{,}707$

$\Rightarrow \boxed{B_y = -107.58 = 107.58 \downarrow} \; 2$

[Eq1] $\Rightarrow \boxed{A_x = C \sin 45 = 333.49 \rightarrow} \; 2$

[Eq2] $\Rightarrow \boxed{A_y = C \cos 45 = 333.49 \uparrow} \; 2$