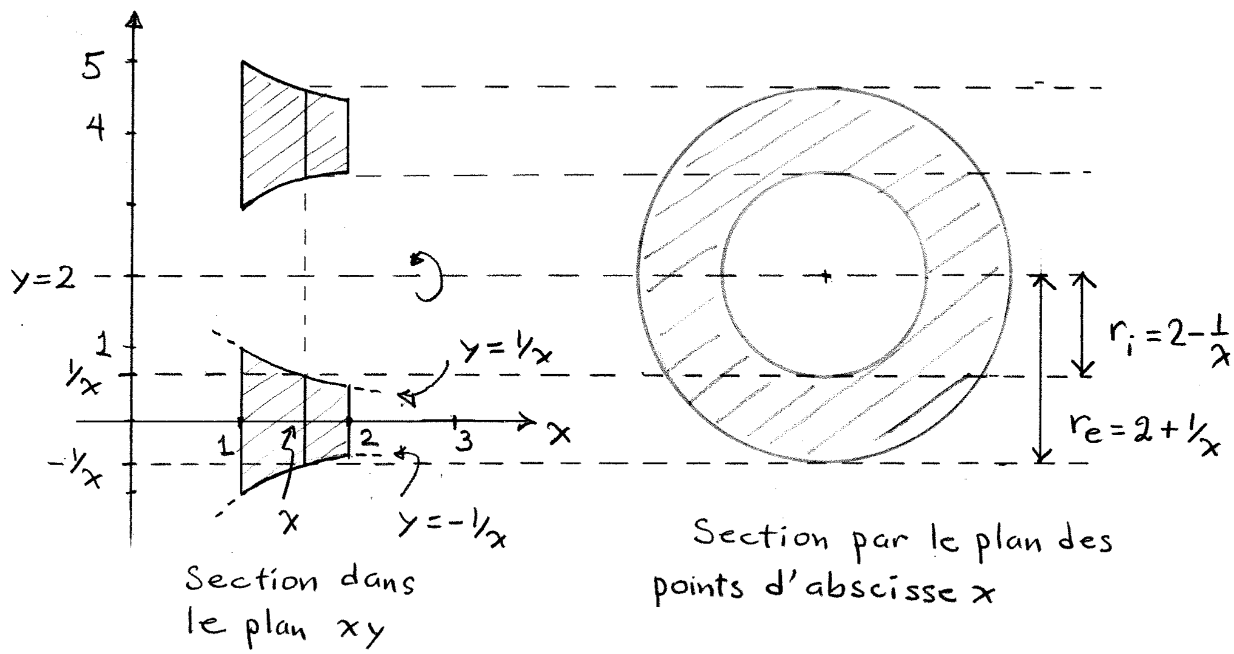
On veut calculer le volume du solide de révolution $\mathcal{S}$ obtenu par rotation autour de la droite horizontale $y = 2$ de la région $\mathcal{R}$ du plan délimitée par les courbes

$$y = -1/x, \quad y = 1/x, \quad x = 1 \quad \text{et} \quad x = 2.$$

(i) Dessinez cette région $\mathcal{R}$, la trace de $\mathcal{S}$ dans le plan xy, et l'anneau de section du solide $\mathcal{S}$ par le plan des points d'abscisse x générale, avec ses dimensions. Utilisez la présentation apprise en classe et n'oubliez pas les échelles sur les axes de coordonnées.



(ii) Quels sont le rayon intérieur r_i, le rayon extérieur r_e et l'aire $A(x)$ de cet anneau?

Réponses: $r_i = 2 - \dfrac{1}{x}$ $\qquad r_e = 2 + \dfrac{1}{x}$

$$A(x) = \pi r_e^2 - \pi r_i^2 = \pi\left(\left(2+\frac{1}{x}\right)^2 - \left(2-\frac{1}{x}\right)^2\right) = \frac{8\pi}{x}$$

(iii) Écrivez l'intégrale qui donne le volume de $\mathcal{S}$ et calculez-la.

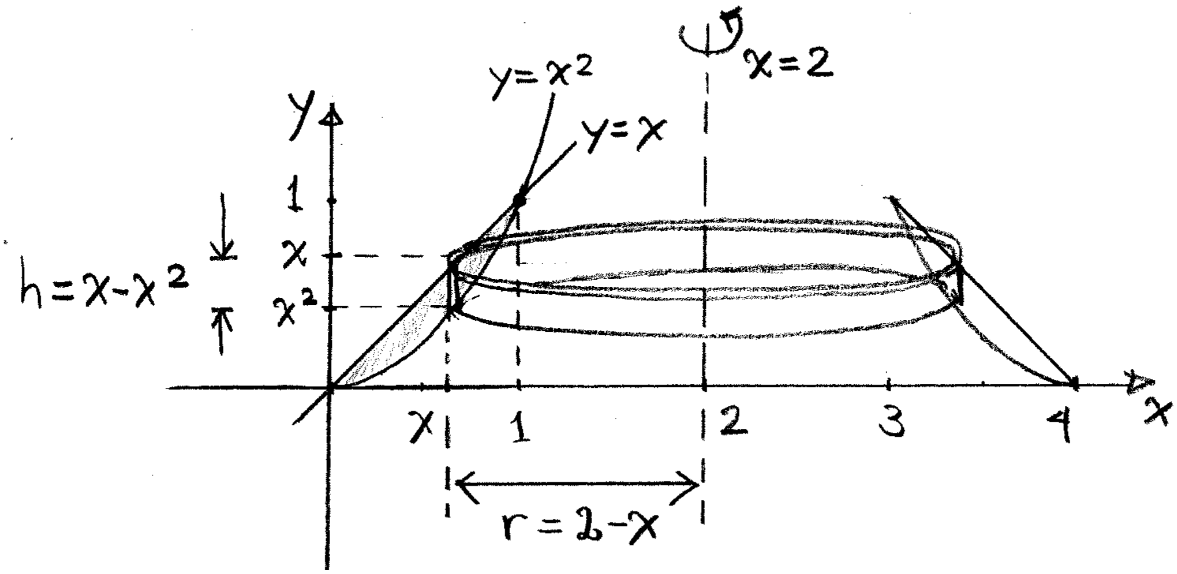
$$\mathrm{vol}(\mathcal{S}) = \int_1^2 A(x)\,\mathrm{d}x = \int_1^2 \frac{8\pi}{x}\,\mathrm{d}x = \Big[8\pi\ln(x)\Big|_1^2 = 8\pi\ln(2) \cong 17.42$$

On veut calculer le volume du solide de révolution $\mathcal{S}$ obtenu par rotation autour de la droite verticale $x = 2$ de la région $\mathcal{R}$ du plan délimitée par les courbes

$$y = x \quad \text{et} \quad y = x^2.$$

On se propose d'utiliser la méthode des cylindres.

(i) Dessinez cette région $\mathcal{R}$, la trace de $\mathcal{S}$ dans le plan xy, et le cylindre mince obtenu par rotation de la portion verticale de $\mathcal{R}$ comprise entre les abscisses x et $x + \Delta x$ pour x général et Δx petit, avec ses dimensions. Utilisez la présentation apprise en classe et n'oubliez pas d'indiquer les échelles sur les axes de coordonnées.



(ii) Quels sont, en première approximation, le rayon r, la hauteur h et le volume ΔV de ce cylindre?

Réponses: $r = 2 - x$ $\qquad h = x - x^2$

$$\Delta V \cong 2\pi r h \Delta x = 2\pi(2 - x)(x - x^2)\Delta x$$

(iii) Écrivez l'intégrale qui donne le volume de $\mathcal{S}$ et calculez-la.

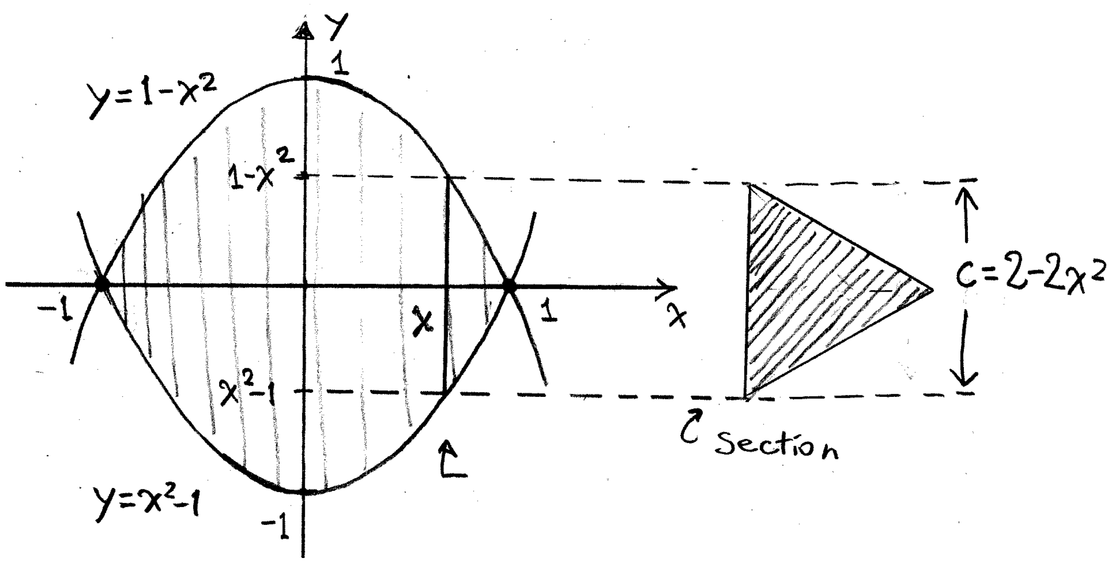
$$\begin{aligned} \mathrm{vol}(\mathcal{S}) &= \int_0^1 2\pi(2 - x)(x - x^2)\,\mathrm{d}x = 2\pi \int_0^1 (2x - 3x^2 + x^3)\,\mathrm{d}x \\ &= 2\pi \left[x^2 - x^3 + \frac{x^4}{4} \right|_0^1 = \frac{\pi}{2} \cong 1.57 \end{aligned}$$

Déterminez le volume du solide $\mathcal{S}$ à fond plat dont la base est la région $\mathcal{R}$ du plan xy délimitée par les courbes

$$y = 1 - x^2 \quad \text{et} \quad y = x^2 - 1,$$

et dont les sections perpendiculaires à l'axe des x sont des triangles équilatéraux.

(i) Dessinez la base de ce solide dans le plan xy ainsi que sa section par le plan des points d'abscisse x générale, avec ses dimensions. Utilisez la présentation apprise en classe et n'oubliez pas les échelles sur les axes de coordonnées.



(ii) Quelles sont le côté c et l'aire $A(x)$ de cette section triangulaire?

Réponses: $c = 2 - 2x^2$ $A(x) = \dfrac{1}{2}(\text{base})(\text{hauteur}) = \dfrac{1}{2}c\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}c\right) = \sqrt{3}(1-x^2)^2$

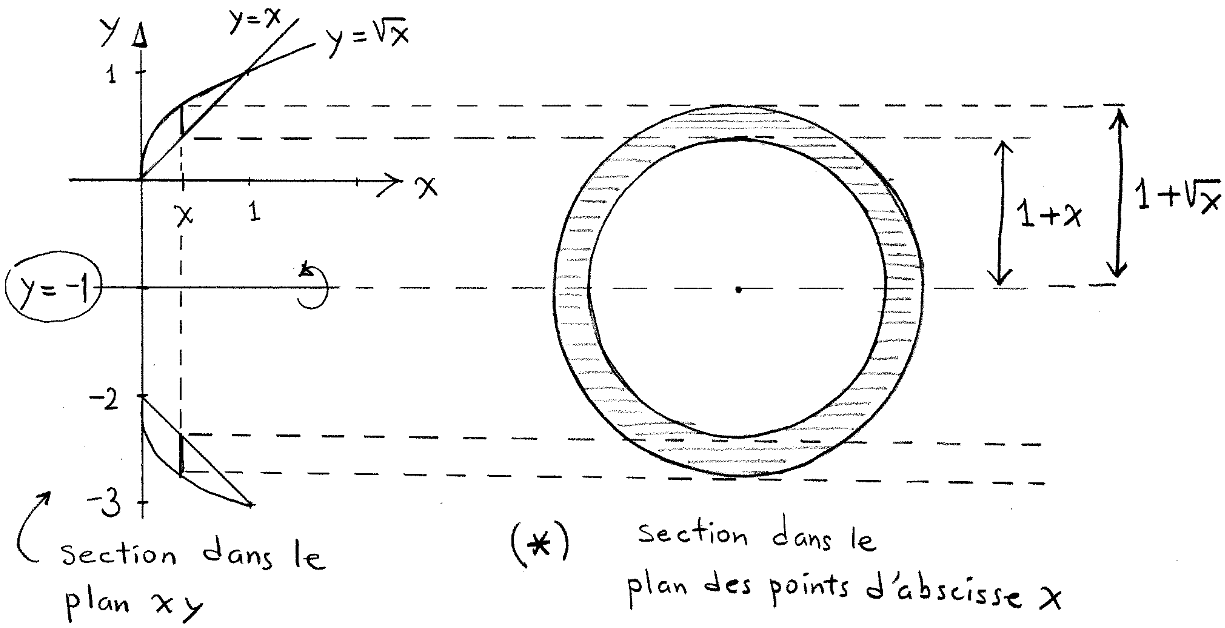
(iii) Écrivez l'intégrale qui donne le volume de $\mathcal{S}$ et calculez-la.

$$\begin{aligned} \text{vol}(\mathcal{S}) &= \int_{-1}^{1} A(x)\,\mathrm{d}x = \sqrt{3}\int_{-1}^{1}(1 - 2x^2 + x^4)\,\mathrm{d}x \\ &= \sqrt{3}\left[x - \frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{5}x^5\right|_{-1}^{1} = \frac{16}{15}\sqrt{3} \cong 1.847 \end{aligned}$$

On veut calculer le volume du solide de révolution $\mathcal{S}$ obtenu par rotation autour de la droite horizontale $y = -1$ de la région $\mathcal{R}$ du plan délimitée par les courbes

$$y = \sqrt{x} \quad \text{et} \quad y = x.$$

(i) Dessinez cette région $\mathcal{R}$, la trace de $\mathcal{S}$ dans le plan xy, et l'anneau de section du solide $\mathcal{S}$ par le plan des points d'abscisse x générale, avec ses dimensions. Utilisez la présentation apprise en classe et n'oubliez pas les échelles sur les axes de coordonnées.



(ii) Quels sont le rayon intérieur r_i, le rayon extérieur r_e et l'aire $A(x)$ de cet anneau?

Réponses: $r_i = 1 + x$ $\qquad r_e = 1 + \sqrt{x}$

$$A(x) = \pi r_e^2 - \pi r_i^2 = \pi\left((1+\sqrt{x})^2 - (1+x)^2\right) = \pi(2\sqrt{x} - x - x^2)$$

(iii) Écrivez l'intégrale qui donne le volume de $\mathcal{S}$ et calculez-la.

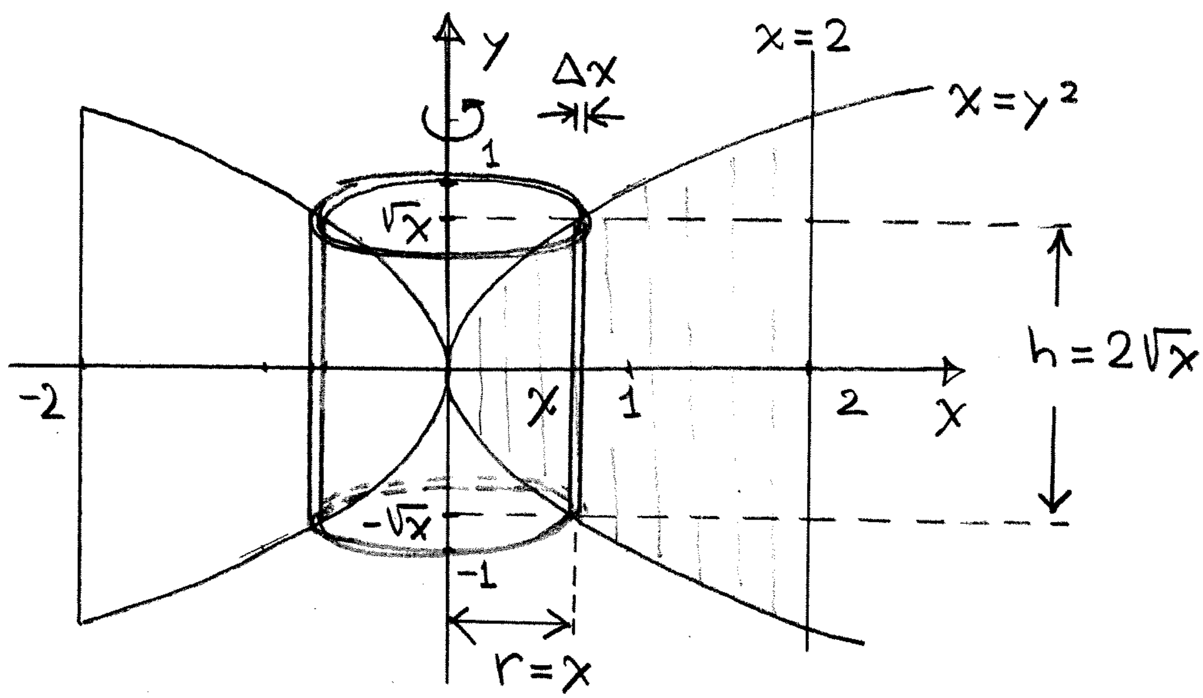
$$\text{vol}(\mathcal{S}) = \int_0^1 A(x)\,\mathrm{d}x = \pi \int_0^1 (2\sqrt{x} - x - x^2)\,\mathrm{d}x = \pi \left[\frac{4}{3}x^{3/2} - \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}x^3\right|_0^1 = \frac{\pi}{2} \cong 1.57$$

On veut calculer le volume du solide de révolution $\mathcal{S}$ obtenu par rotation autour de l'axe des y de la région $\mathcal{R}$ du plan délimitée par les courbes

$$x = y^2 \quad \text{et} \quad x = 2.$$

On se propose d'utiliser la méthode des cylindres.

(i) Dessinez cette région $\mathcal{R}$, la trace de $\mathcal{S}$ dans le plan xy, et le cylindre mince obtenu par rotation de la portion verticale de $\mathcal{R}$ comprise entre les abscisses x et $x + \Delta x$ pour x général et Δx petit, avec ses dimensions. Utilisez la présentation apprise en classe et n'oubliez pas d'indiquer les échelles sur les axes de coordonnées.



(ii) Quels sont, en première approximation, le rayon r, la hauteur h et le volume ΔV de ce cylindre?

Réponses: $r = x$ $\qquad h = 2\sqrt{x}$

$$\Delta V \cong 2\pi r h \Delta x = 2\pi x(2\sqrt{x})\Delta x = 4\pi x^{3/2}\Delta x$$

(iii) Écrivez l'intégrale qui donne le volume de $\mathcal{S}$ et calculez-la.

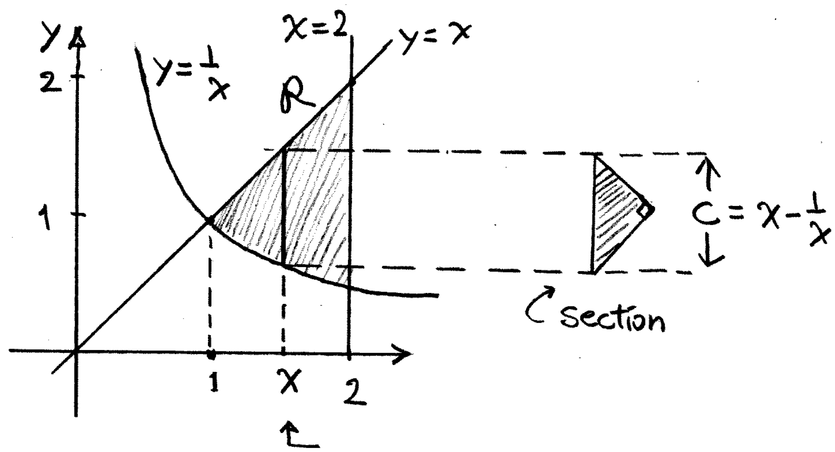
$$\text{vol}(\mathcal{S}) = \int_0^2 4\pi x^{3/2}\,\mathrm{d}x = 4\pi \left[\frac{2}{5}x^{5/2}\right]_0^2 = \frac{32}{5}\pi\sqrt{2} \cong 28.43$$

Déterminez le volume du solide $\mathcal{S}$ à fond plat dont la base est la région $\mathcal{R}$ du plan xy délimitée par les courbes

$$y = 1/x, \quad y = x \quad \text{et} \quad x = 2,$$

et dont les sections perpendiculaires à l'axe des x sont des triangles isocèles rectangles dont l'hypothénuse repose dans le plan xy.

(i) Dessinez la base de ce solide dans le plan xy ainsi que sa section par le plan des points d'abscisse x générale, avec ses dimensions. Utilisez la présentation apprise en classe et n'oubliez pas les échelles sur les axes de coordonnées.



(ii) Quels sont l'hypothénuse c et l'aire $A(x)$ de cette section triangulaire?

Réponses: $c = x - \dfrac{1}{x}$ $\qquad A(x) = \dfrac{1}{2}(\text{base})(\text{hauteur}) = \dfrac{1}{4}c^2 = \dfrac{1}{4}\Big(x - \dfrac{1}{x}\Big)^2$

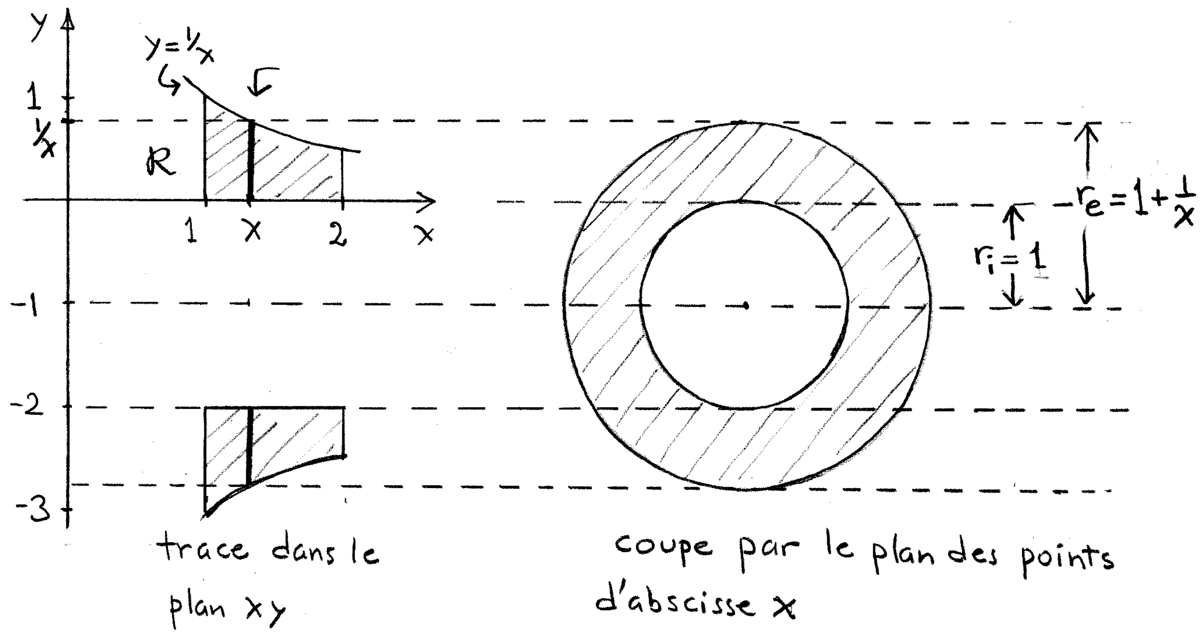
(iii) Écrivez l'intégrale qui donne le volume de $\mathcal{S}$ et calculez-la.

$$\begin{aligned} \mathrm{vol}(\mathcal{S}) = \int_1^2 A(x)\,\mathrm{d}x &= \frac{1}{4}\int_{-1}^{1}\Big(x^2 - 2 + \frac{1}{x^2}\Big)\,\mathrm{d}x \\ &= \frac{1}{4}\Big[\frac{x^3}{3} - 2x - \frac{1}{x}\Big|_1^2 = \frac{5}{24} \cong 0.2083 \end{aligned}$$

On veut calculer le volume du solide de révolution $\mathcal{S}$ obtenu par rotation autour de la droite horizontale $y = -1$ de la région $\mathcal{R}$ du plan délimitée par les courbes

$$y = 1/x, \quad y = 0, \quad x = 1 \quad \text{et} \quad x = 2.$$

(i) Dessinez cette région $\mathcal{R}$, la trace de $\mathcal{S}$ dans le plan xy, et l'anneau de section du solide $\mathcal{S}$ par le plan des points d'abscisse x générale, avec ses dimensions. Utilisez la présentation apprise en classe et n'oubliez pas les échelles sur les axes de coordonnées.



(ii) Quels sont le rayon intérieur r_i, le rayon extérieur r_e et l'aire $A(x)$ de cet anneau?

Réponses: $r_i = 1$ $\qquad r_e = 1 + \dfrac{1}{x}$

$$A(x) = \pi r_e^2 - \pi r_i^2 = \pi\left(\left(1 + \frac{1}{x}\right)^2 - 1\right) = \pi\left(\frac{2}{x} + \frac{1}{x^2}\right)$$

(iii) Écrivez l'intégrale qui donne le volume de $\mathcal{S}$ et calculez-la.

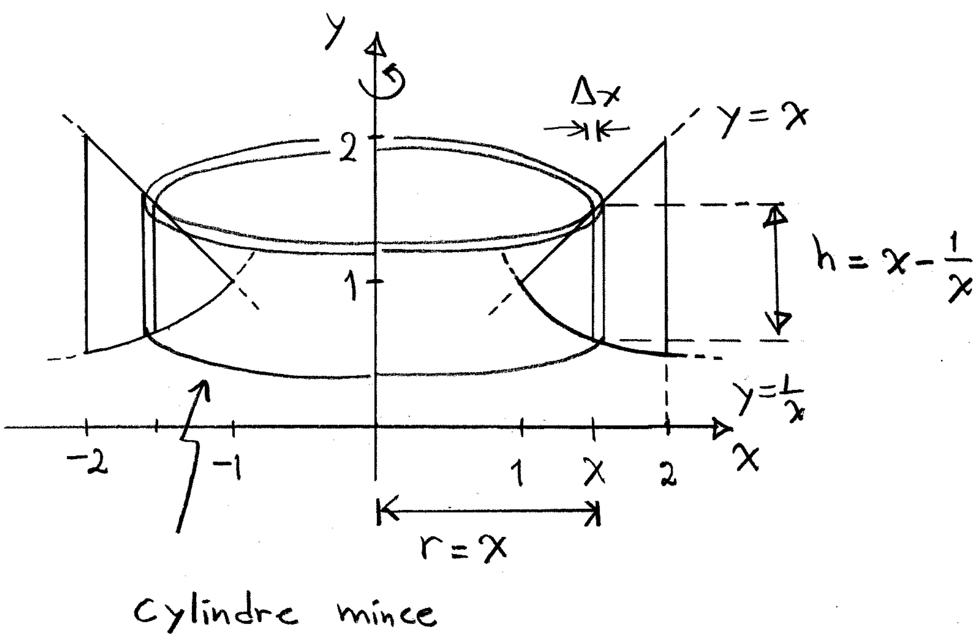
$$\begin{aligned}\operatorname{vol}(\mathcal{S}) &= \int_1^2 A(x)\,\mathrm{d}x = \pi \int_0^1 \left(\frac{2}{x} + \frac{1}{x^2}\right)\mathrm{d}x \\ &= \pi \left[2\ln(x) - \frac{1}{x}\right|_1^2 = \pi\left(2\ln(2) + \frac{1}{2}\right) \cong 5.926\end{aligned}$$

On veut calculer le volume du solide de révolution $\mathcal{S}$ obtenu par rotation autour de l'axe des y de la région $\mathcal{R}$ du plan délimitée par les courbes

$$y = x, \quad y = 1/x \quad \text{et} \quad x = 2.$$

On se propose d'utiliser la méthode des cylindres.

(i) Dessinez cette région $\mathcal{R}$, la trace de $\mathcal{S}$ dans le plan xy, et le cylindre mince obtenu par rotation de la portion verticale de $\mathcal{R}$ comprise entre les abscisses x et $x + \Delta x$ pour x général et Δx petit, avec ses dimensions. Utilisez la présentation apprise en classe et n'oubliez pas d'indiquer les échelles sur les axes de coordonnées.



(ii) Quels sont, en première approximation, le rayon r, la hauteur h et le volume ΔV de ce cylindre?

Réponses: $r = x \qquad h = x - \dfrac{1}{x}$

$$\Delta V \cong 2\pi r h \Delta x = 2\pi x\left(x - \frac{1}{x}\right)\Delta x = 2\pi(x^2 - 1)\Delta x$$

(iii) Écrivez l'intégrale qui donne le volume de $\mathcal{S}$ et calculez-la.

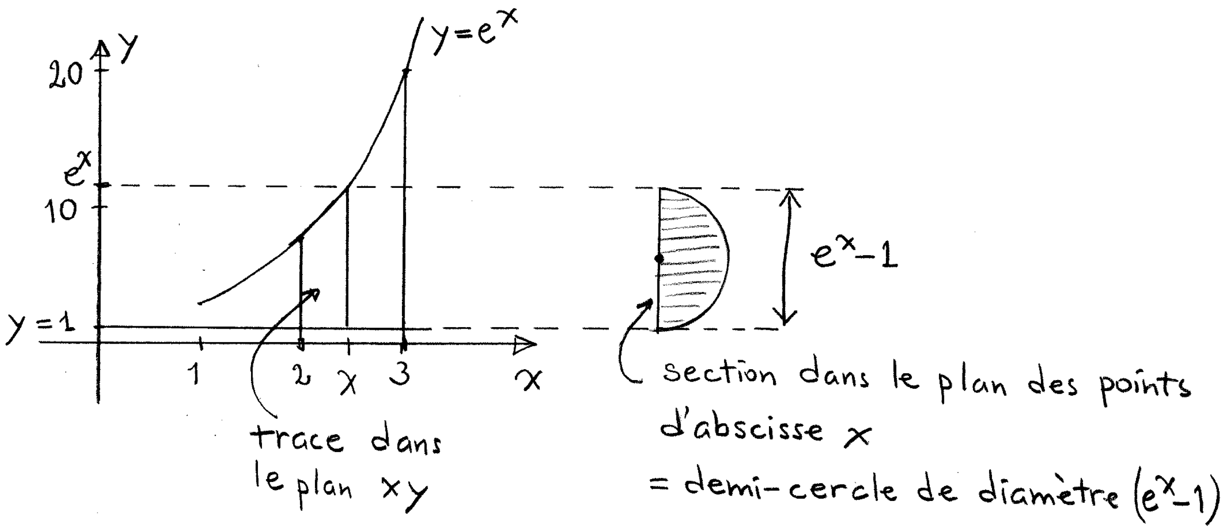
$$\mathrm{vol}(\mathcal{S}) = \int_1^2 2\pi(x^2 - 1)\,\mathrm{d}x = 2\pi\left[\frac{x^3}{3} - x\right|_1^2 = \frac{8\pi}{3} \cong 8.378$$

Déterminez le volume du solide $\mathcal{S}$ à fond plat dont la base est la région $\mathcal{R}$ du plan xy délimitée par les courbes

$$y = e^x, \quad y = 1, \quad x = 2 \quad \text{et} \quad x = 3,$$

et dont les sections perpendiculaires à l'axe des x sont des demi-cercles.

(i) Dessinez la base de ce solide dans le plan xy ainsi que sa section par le plan des points d'abscisse x générale, avec ses dimensions. Utilisez la présentation apprise en classe et n'oubliez pas les échelles sur les axes de coordonnées.



(ii) Quel sont le rayon r et l'aire $A(x)$ de cette section?

Réponses: $r = \dfrac{e^x - 1}{2}$ $\qquad A(x) = \dfrac{1}{2}\pi r^2 = \dfrac{\pi}{8}(e^x - 1)^2 = \dfrac{\pi}{8}(e^{2x} - 2e^x + 1)$

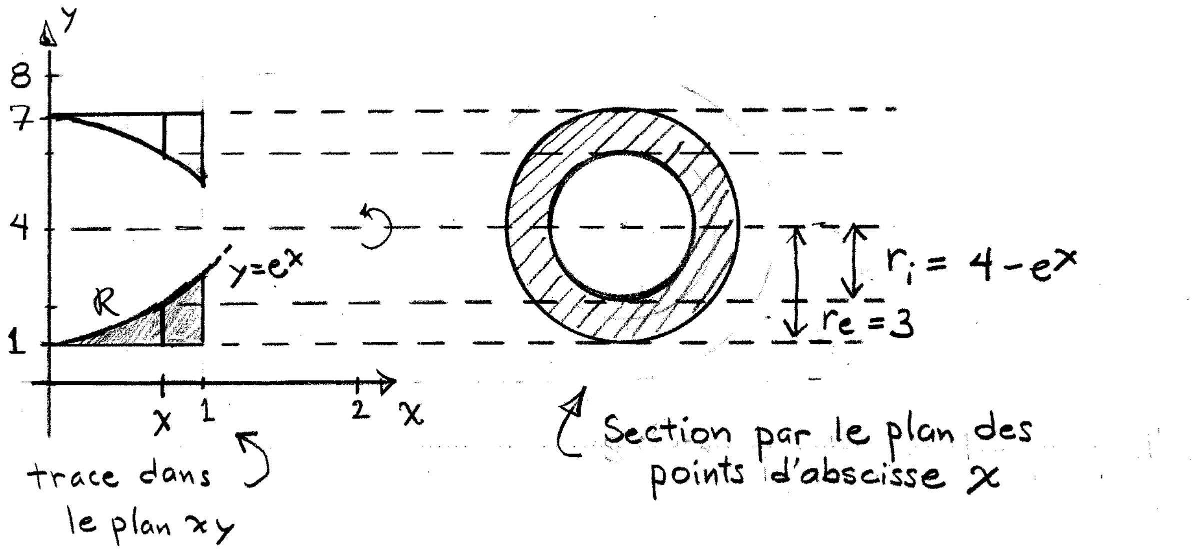
(iii) Écrivez l'intégrale qui donne le volume de $\mathcal{S}$ et calculez-la.

$$\begin{aligned}\mathrm{vol}(\mathcal{S}) = \int_2^3 A(x)\,\mathrm{d}x &= \frac{\pi}{8}\int_2^3 (e^{2x} - 2e^x + 1)\,\mathrm{d}x \\ &= \frac{\pi}{8}\left[\frac{1}{2}e^{2x} - 2e^x + x\right|_2^3 = \frac{\pi}{8}\left(\frac{1}{2}e^6 - \frac{1}{2}e^4 - 2e^3 + 2e^2 + 1\right) \cong 58.91\end{aligned}$$

On veut calculer le volume du solide de révolution $\mathcal{S}$ obtenu par rotation autour de la droite horizontale $y = 4$ de la région $\mathcal{R}$ du plan délimitée par les courbes

$$y = e^x, \quad y = 1 \quad \text{et} \quad x = 1.$$

(i) Dessinez cette région $\mathcal{R}$, la trace de $\mathcal{S}$ dans le plan xy, et l'anneau de section du solide $\mathcal{S}$ par le plan des points d'abscisse x générale, avec ses dimensions. Utilisez la présentation apprise en classe et n'oubliez pas les échelles sur les axes de coordonnées.



(ii) Quels sont le rayon intérieur r_i, le rayon extérieur r_e et l'aire $A(x)$ de cet anneau?

Réponses: $r_i = 4 - e^x$ $\qquad r_e = 3$

$$A(x) = \pi r_e^2 - \pi r_i^2 = \pi\left(3^2 - (4 - e^x)^2\right) = \pi(8e^x - e^{2x} - 7)$$

(iii) Écrivez l'intégrale qui donne le volume de $\mathcal{S}$ et calculez-la.

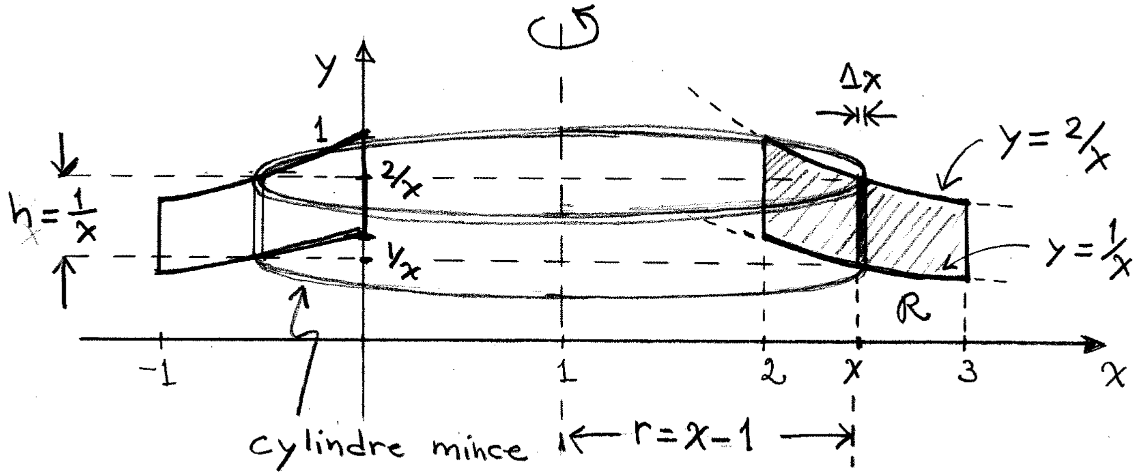
$$\begin{aligned}\mathrm{vol}(\mathcal{S}) = \int_0^1 A(x)\,\mathrm{d}x &= \pi \int_0^1 (8e^x - e^{2x} - 7)\,\mathrm{d}x \\ &= \pi \left[8e^x - \frac{1}{2}e^{2x} - 7x \right|_0^1 = \pi\Big(8e - \frac{e^2}{2} - \frac{29}{2}\Big) \cong 11.16\end{aligned}$$

On veut calculer le volume du solide de révolution $\mathcal{S}$ obtenu par rotation autour de la droite $x = 1$ de la région $\mathcal{R}$ du plan délimitée par les courbes

$$y = 1/x, \quad y = 2/x, \quad x = 2 \quad \text{et} \quad x = 3.$$

On se propose d'utiliser la méthode des cylindres.

(i) Dessinez cette région $\mathcal{R}$, la trace de $\mathcal{S}$ dans le plan xy, et le cylindre mince obtenu par rotation de la portion verticale de $\mathcal{R}$ comprise entre les abscisses x et $x + \Delta x$ pour x général et Δx petit, avec ses dimensions. Utilisez la présentation apprise en classe et n'oubliez pas d'indiquer les échelles sur les axes de coordonnées.



(ii) Quels sont, en première approximation, le rayon r, la hauteur h et le volume ΔV de ce cylindre?

Réponses: $r = x - 1$ $\qquad h = \dfrac{2}{x} - \dfrac{1}{x} = \dfrac{1}{x}$

$$\Delta V \cong 2\pi r h \Delta x = 2\pi(x-1)\frac{1}{x}\Delta x = 2\pi\Big(1 - \frac{1}{x}\Big)\Delta x$$

(iii) Écrivez l'intégrale qui donne le volume de $\mathcal{S}$ et calculez-la.

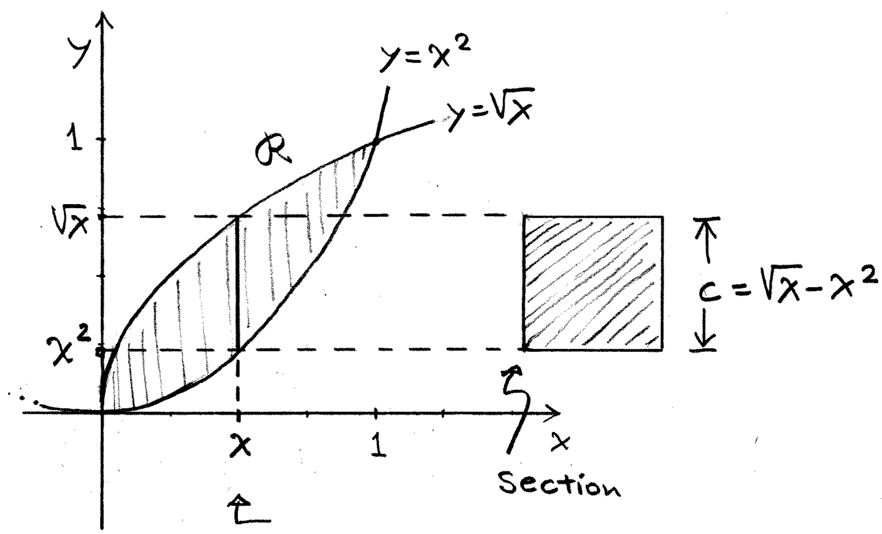
$$\mathrm{vol}(\mathcal{S}) = \int_2^3 2\pi\Big(1 - \frac{1}{x}\Big)\,\mathrm{d}x = 2\pi\left[x - \ln(x)\right]_2^3 = 2\pi(1 - \ln(3/2)) \cong 3.736$$

Déterminez le volume du solide $\mathcal{S}$ à fond plat dont la base est la région $\mathcal{R}$ du plan xy délimitée par les courbes

$$y = x^2 \quad \text{et} \quad x = y^2,$$

et dont les sections perpendiculaires à l'axe des x sont des carrés.

(i) Dessinez la base de ce solide dans le plan xy ainsi que sa section par le plan des points d'abscisse x générale, avec ses dimensions. Utilisez la présentation apprise en classe et n'oubliez pas les échelles sur les axes de coordonnées.



(ii) Quels sont le côté c et l'aire $A(x)$ de cette section carrée?

Réponses: $c = \sqrt{x} - x^2$ $\qquad A(x) = (\sqrt{x} - x^2)^2 = x^4 - 2x^{5/2} + x$

(iii) Écrivez l'intégrale qui donne le volume de $\mathcal{S}$ et calculez-la.

$$\begin{aligned}\mathrm{vol}(\mathcal{S}) = \int_0^1 A(x)\,\mathrm{d}x &= \int_0^1 (x^4 - 2x^{5/2} + x)\,\mathrm{d}x \\ &= \left[\frac{1}{5}x^5 - \frac{4}{7}x^{7/2} + \frac{1}{2}x^2\right|_0^1 = \frac{9}{70} \cong 0.1286\end{aligned}$$