Université d'Ottawa

Départment de Mathématiques et de Statistiques

MAT 1702A : Métodes mathématiques II

Professeur: Cheikh Ndongo

Examen Pratique I – Version A

19 Février 2018

Nom ______________________ Prénom ______________________

d'étudiant ______________________

1. Une économie est formée de deux secteurs qui sont les télécommunications et les services. Pour produire une unité, le secteur des télécommunications utilise $0,8$ unité provenant du secteur des télécommunications et $0,1$ unité provenant du secteur des services. Cependant, pour produire une unité, le secteur des services utilise $0,7$ unité du même secteur et $0,2$ unité du secteur des télécommunications.

(a) Donnez la matrice de consommation C de cette économie.

(b) Quelles sont les exigences intermédiaires créées si les services projettent de produire 200 unités?

(c) Déterminer le niveau de production nécessaire pour satisfaire une demande finale de 80 unités du secteur des télécommunications et 60 unités du secteur des services.

2. Soient A, B et C des matrices inversibles d'ordre n. Résoudre l'équation suivante d'inconnue X:

$$B^{-1}C^{-1}(X+2I)C^2A - A = 0.$$

3. Soient les matrices suivantes

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 0 & 4 & 1 \end{bmatrix} \quad , \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 2 & -2 \\ 1 & 3 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$$

Calculez les expressions suivantes si elles sont définies

(a) $AB - BA$

(b) AC

(c) $2B - C^T$

4.

- La matrice
$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 4 & 1 \\ 4 & 9 & 2 \end{bmatrix}$$
est-elle inversible. Si oui, trouvez l'inverse.

- Résoudre $A\overrightarrow{x} = \overrightarrow{b}$ avec $\overrightarrow{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$

5.

(a) Sans calculer, l'ensemble ci-dessous est-il linéairement indépendant? Justifier votre réponse.

$$\left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} \right\}$$

(b) Soient $\overrightarrow{v_1} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$, $\overrightarrow{v_2} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$ et $\overrightarrow{v_3} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$.

Les vecteurs $\overrightarrow{v_1}, \overrightarrow{v_2}$ et $\overrightarrow{v_3}$ sont-ils linéairement indépendants. Sinon, donnez une relation de dépendance.

6. Pour chacun des énoncés suivants, indiquez si c'est vrai ou faux.

_____ Si A est une matrice inversible d'ordre n, l'équation $A\overrightarrow{x} = \overrightarrow{0}$ admet une solution non triviale.

_____ Pour toutes matrices A et B d'ordre n, si A et B sont inversibles, alors AB est inversible.

_____ Si A est une matrice inversible d'ordre n, alors les colonnes de A engendrent $\mathbb{R}^n$.

_____ Pour toutes matrices A et B d'ordre n, $(A+B)^T = A^T + B^T$.

_____ Pour toutes matrices A, B et C telles que $AB = AC$, alors B = C.

_____ Si A est une matrice inversible d'ordre n, alors il existe un vecteur $\overrightarrow{b} \in \mathbb{R}^n$ tel que $A\overrightarrow{x} = \overrightarrow{b}$ soit incompatible.