Université d'Ottawa
Prépa-Examen
MAT 1720-B

Clémonell Bilayi-Biakana

December 2, 2017

Exercice 1:

Évaluer chacune des intégrales indéfinies ci-dessous:

$$\int x^3 e^x \, dx$$

$$\int \frac{\sin(3\ln x)}{x} \, dx$$

$$\int (\ln x)^3 \, dx$$

$$\int \frac{e^{\cot x}}{\sin^2 x} \, dx$$

$$\int \frac{e^{2x}}{e^{2x} + 3e^x + 2} \, dx$$

$$\int \frac{e^{\arctan x}}{1 + x^2} \, dx$$

$$\int \frac{x^2 - 5x + 16}{(2x+1)(x-2)^2} \, dx$$

$$\int \frac{x}{\sqrt{x^2 + 2x - 3}} \, dx$$

$$\int \frac{x}{\sqrt{x^2+x+1}}\,dx$$

$$\int \frac{4x}{x^3+x^2+x+1}\,dx$$

$$\int \frac{dx}{x(x^2+4)^2}$$

$$\int \frac{e^{2x}}{1+e^x}\,dx$$

Exercice 2:

Calculer les limites ci-dessous:

$$\lim_{x\to+\infty} x^3 e^{-x}$$

$$\lim_{x\to 0}(1-2x)^{1/x}$$

$$\lim_{x\to 1^+} x^{1/1-x}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{e^{2x}-1}{\sin x}$$

$$\lim_{x\to\pi/2}\frac{1-\sin x}{1+\cos 2x}$$

$$\lim_{x\to+\infty}(x+e^x)^{1/x}$$

$$\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{2x-3}{2x+5}\right)^{2x+1}$$

Exercice 3:

Étudier les fonctions ci-dessous:

$$f(x) = x^2 e^{-x}$$

$$f(x) = \frac{e^{-x}}{x^2-1}$$

$$f(x) = \frac{x^2}{\sqrt{x+1}}$$

Exercice 4:

(a) Déterminer la somme de Riemann à droite pour $n = 4$ associée à l'intégrale ci-dessous:

$$\int_1^2 \ln x \, dx$$

(b) Calculer une valeur approchée de cette intégrale à l'aide de la méthode de Simpson. Estimer ensuite l'erreur maximale commise à l'aide de la méthode de Simpson.

Exercice 5:

(a) Déterminer la dérivée des fonctions ci-dessous:

$$f(x) = \ln(\sin^2 x)$$

$$f(x) = (\tan x)^{1/x}$$

$$f(x) = \ln(\sec x + \tan x)$$

(b) En utilisant la définition de la dérivée, calculer la dérivée de chacune des fonctions ci-dessous:

$$f(x) = \frac{x}{x+1}$$
$$f(x) = \sin x$$

Exercice 6:

Soit la courbe définie par:

$$y \sin 2x = x \cos 2y$$

(a) Trouver $\frac{dy}{dx}$ en fonction de x et y

(b) Déterminer toutes les valeurs de $x \in \mathbb{R}$ pour lesquelles le point $(x, 0)$ est sur la courbe ci dessus.

(c) Trouver l'équation de la tangente à la courbe en chacun de ces points.

Exercice 7:

Soit la courbe définie par:

$$x^2 + 2xy - y^2 + x = 2$$

(a) Trouver $\frac{dy}{dx}$ en fonction de x et y

(b) Déterminer toutes les valeurs de $x \in \mathbb{R}$ pour lesquelles le point $(x, 0)$ est sur la courbe ci dessus.

(c) Trouver la pente de la droite tangente à la courbe en chacun de ces points.

Exercice 8:

Soit la courbe définie par:

$$e^y \sin x = 1 + \tan(xy)$$

(a) Trouver $\frac{dy}{dx}$ en fonction de x et y

(b) Déterminer toutes les valeurs de $x \in [0; \pi/2]$ pour lesquelles le point $(x, 0)$ est sur la courbe ci dessus.

(c) Trouver la pente de la droite tangente à la courbe en chacun de ces points.

Exercice 9:

(a) Soit f une fonction continue telle que pour tout $x \in \mathbb{R}$

$$\int_1^x f(t)\, dt = (x-1)e^{2x} + \int_1^x e^{-t} f(t)\, dt$$

Trouver une expression explicite de $f(x)$.

(b) Calculer la dérivée de chacune des fonctions ci-dessous:

$$f(x) = \int_{x^2}^{\arcsin x} \sin t\, dt$$

$$f(x) = \int_{\sec x}^{\tan x} \arctan t\, dt$$

Exercice 10:

Soit un réservoir d'eau en forme de cône à base circulaire renversé mésurant 2 m de rayon à la base et 4 m de hauteur. Si l'on pompe de l'eau dans le réservoir à raison de 2 m^3/min, à quelle vitesse le niveau d'eau monte-t-il au moment où il est de 3 m?

Exercice 11:

Une échelle de 10 m de longueur est appuyée contre un mur vertical. Si en glissant, le pied de l'échelle s'éloigne du mur à raison de 1 m/s, à quelle vitesse le haut de l'échelle glisse-t-il vers le bas du mur lorsque le pied se trouve à 6 m du mur?

Exercice 12:

Estimer la valeur de $f(0.2)$ en utilisant la linéaristion de

$$f(x) = 1 + \sin x.$$

Veuillez bien choisir le point a de la linéarisation.