Online Homework System

Assignment Worksheet
3/5/12 - 1:57 PM

Name: ____________________ **Class:** Calcul Diff. et Integral II - Hiver 2012

Class #: ____________________ **Section #:** ____________________

Instructor: Damien Roy **Assignment:** Devoir 5

Question 1: (1 point)

Vrai ou Faux ? Choisir vrai seulement si l'argument et la réponse sont justes.
La série

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{e^{3n}+3}$$

est convergente car

$$\frac{1}{e^{3n}+3} \le \frac{1}{e^{3n}}$$

pour tout $n \ge 1$ et

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{e^{3n}} = \frac{1}{e^{3}-1} < \infty$$

(série géométrique de raison $\frac{1}{e^3} < 1$).

(a) True

(b) False

Question 2: (1 point)

Vrai ou Faux ? Choisir vrai seulement si l'argument et la réponse sont justes.
La série

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3e^{5n}}{e^{2n}+3}$$

est convergente car

$$\frac{3e^{5n}}{e^{2n}+3} \leq 3e^{3n}$$

pour tout $n \geq 1$ et

$$\sum_{n=1}^{\infty} 3e^{3n} = \frac{3e^3}{1-e^3} < \infty$$

(série géométrique de raison e^3).

(a) True

(b) False

Question 3: (1 point)

Vrai ou Faux ? Choisir vrai seulement si l'argument et la réponse sont justes.
La série

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6+2\cos(n)}{n^3\sqrt{n}+n}$$

est convergente car

$$0 \leq \frac{6+2\cos(n)}{n^3\sqrt{n}+n} \leq \frac{8}{n^3\sqrt{n}+n} \leq \frac{8}{2n^3\sqrt{n}}$$

pour tout $n \geq 1$ et

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{8}{2n^3\sqrt{n}} = \frac{8}{2}\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{7/2}} < \infty.$$

(a) True

(b) False

Question 4: (1 point)

On cherche à majorer la somme

$$\sum_{n=4}^{10} f(n)$$

où $f(x)$ est une fonction décroissante de x pour $x \geq 1$.
Quelle intégrale représente la bonne majoration?

(a) $\sum_{n=4}^{10} f(n) \leq \int_{4}^{10} f(x)\, dx$

(b) $\sum_{n=4}^{10} f(n) \leq \int_{3}^{10} f(x)\, dx$

(c) $\sum_{n=4}^{10} f(n) \leq \int_{3}^{9} f(x)\, dx$

(d) $\sum_{n=4}^{10} f(n) \leq \int_{4}^{11} f(x)\, dx$

Question 5: (1 point)

On veut majorer l’erreur d’approximation de la série

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4}$$

par la somme partielle de ses 4 premiers termes

$$\sum_{n=1}^{4} \frac{1}{n^4}.$$

Quel est le bon calcul?

(a) L'erreur est $\sum_{n=5}^{\infty} \frac{1}{n^4} \leq \int_5^{\infty} \frac{1}{x^4}\, dx = \frac{1}{3 \cdot 5^3}$.

(b) L'erreur est $\sum_{n=4}^{\infty} \frac{1}{n^4} \leq \int_4^{\infty} \frac{1}{x^4}\, dx = \frac{1}{3 \cdot 4^3}$.

(c) L'erreur est $\sum_{n=4}^{\infty} \frac{1}{n^4} \leq \int_3^{\infty} \frac{1}{x^4}\, dx = \frac{1}{3 \cdot 3^3}$.

(d) L'erreur est $\sum_{n=5}^{\infty} \frac{1}{n^4} \leq \int_4^{\infty} \frac{1}{x^4}\, dx = \frac{1}{3 \cdot 4^3}$.

Question 6: (1 point)

Vrai ou Faux ? Choisir vrai seulement si l'argument et la réponse sont justes.
La série

$$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n(\ln n)^3}$$

est convergente en vertu du test de l'intégrale car la fonction

$$f(x) = \frac{1}{x(\ln x)^3}$$

est décroissante à valeurs positives pour $x \geq 3$ et

$$\int_3^{\infty} \frac{1}{x(\ln x)^3}\,dx = \frac{1}{2(\ln 3)^2} < \infty.$$

(a) True

(b) False

Question 7: (1 point)

Identifier tous les énoncés qui s'appliquent à la série

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2+4}.$$

(a) La série est convergente en vertu du test de l'intégrale.

(b) La série est convergente en vertu du test des séries alternées.

(c) La série est convergente en vertu du test du quotient.

(d) La série est divergente en vertu du test de l'intégrale.

(e) La série est divergente en vertu du test du quotient.

(f) La série est divergente car son terme général ne tend pas vers 0.

Question 8: (1 point)

Identifier tous les énoncés qui s'appliquent à la série

$$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n(\ln n)^4}.$$

(a) La série est convergente en vertu du test de l'intégrale.

(b) La série est convergente en vertu du test des séries alternées.

(c) La série est convergente en vertu du test du quotient.

(d) La série est divergente en vertu du test de l'intégrale.

(e) La série est divergente en vertu du test du quotient.

(f) La série est divergente car son terme général ne tend pas vers 0.

Question 9: (2 points)

Le test de l'intégrale permet de majorer l'erreur d'approximation de la série

$$s = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{e^{n/5}}$$

par la somme partielle

$$s_5 = \sum_{n=1}^{5} \frac{n}{e^{n/5}}.$$

Quelle majoration de l'erreur $s - s_5$ fournit-il? Exprimer votre réponse à 1% près.

Question 10: (2 points)

Quelle est, en valeur absolue, l'erreur maximale d'approximation de la série alternée

$$s = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{e^{n/4}}$$

par la somme partielle

$$s_8 = \sum_{n=1}^{8} \frac{(-1)^n n}{e^{n/4}}?$$

Donnez votre réponse avec une précision de 1%.

Question 11: (3 points)

Quelle est la plus petite valeur de N pour laquelle on est assuré que l'erreur d'approximation de la série alternée

$$s = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^{7/2}}$$

par la somme partielle

$$s_N = \sum_{n=1}^{N} \frac{(-1)^n}{n^{7/2}}$$

soit au plus 10^{-4}?