B

Université d'Ottawa · University of Ottawa

Faculté des sciences
Mathématiques et de statistique

Faculty of Science
Mathematics and Statistics

MAT1720A	Test 1 B	11 octobre 2017
Calcul I		Mike Newman

NOM: Fontaine

PRÉNOM: Anne

NUMÉRO D'ÉTUDIANT: 300006660

DGD (encercler le vôtre):

Laurence	Laurence	Gaël
8:30–10:00	10:00–11:30	11:30–13:00
STE J0106	MRN 021	STE F0126

- Aucune calculatrice permise. Aucun note, livre, papiers ou autres aides.
- Écrire votre nom et numéro d'étudiant sur cette page.
- Vérifier que votre copie du test a 6 pages (incluant celle-ci).
- Écrire vos solutions directement après les questions (utiliser l'endos de la page si nécessaire). Montrer tout votre travail!
- Il est interdit d'utiliser ou avoir en sa possession un téléphone cellulaire ou autre appareil électronique. Fermer vos appareils et ranger-les dans votre sac.
- Signer ci-bas pour indiquer que vous avez lu les instructions.

SIGNATURE: Fontaine

- Ne rien écrire ci-bas

1	2	3	4	5	6	7	8	total
0	1	4	0.5	~~1.25~~ 2	3.5	0	1	~~11.75~~ 12
/1	/2	/4	/2	/2	/6	/2	/3	/22

[1] **1.** Trouver le domaine de la fonction $g(x) = \dfrac{e^{\sqrt{2-x}}}{x^2-9}$.

$$g(x) = \frac{e^{\sqrt{2-x}}}{(x-3)(x+3)}$$

$x = 3$
$x = -3$

$D: \{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq x \leq 3\}$ X

$(3-4x)^{\frac{1}{2}}$ $\frac{-4}{2(\sqrt{3-4x})}$ $= \frac{-2}{(\sqrt{3-4x})}$

$\frac{1}{2}(3-4x)^{-\frac{1}{2}}(-4)$

[2] **2.** À l'aide de la définition de la dérivée , trouver $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\sqrt{3-4x}$. Définition: $\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$

$f(x) = \sqrt{3-4x}$

$$f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{\sqrt{3-4(x+h)} - \sqrt{3-4x}}{h}$$

$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{\sqrt{3-4x-4h} - \sqrt{3-4x}}{h} \times \frac{\sqrt{3-4x-4h} + \sqrt{3-4x}}{\sqrt{3-4x-4h} + \sqrt{3-4x}}$$

X $= \lim_{h\to 0} \frac{(\sqrt{3-4x-4h} - \sqrt{3-4x})^2(\sqrt{3-4x-4h}) + \sqrt{3-4x})^2}{h(\sqrt{3-4x-4h} + \sqrt{3-4x})}$

X $= \lim_{h\to 0} \frac{(3-4x-4h-3-4x) - (3-4x-4h+3-4x)}{h(\sqrt{3-4x-4h}) + \sqrt{3-4x}}$

X $= \lim_{h\to 0} \frac{\cancel{3}-\cancel{4x}-4h-\cancel{3}-\cancel{4x}-3+\cancel{4x}+\cancel{4h}-3+\cancel{4x}}{h(\sqrt{3-4x-4h}) + \sqrt{3-4x})}$

$\ne$ $= \lim_{h\to 0} \frac{-6}{h(\sqrt{3-4x-4h}) + (\sqrt{3-4x})}$ X

[4] **3.** Évaluer chaque limite. Montrer votre travail!

a) $\displaystyle\lim_{x\to\infty} \frac{x^2 - \sqrt{x} - 7}{x^2 + x}$

Puisque le plus haut degré du nominateur et du dénominateur est égale, la limite est évalue selon les coefficients de x. La limite est donc de 1.

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{x^2\left(1 - \frac{1}{x} - \frac{7}{x^2}\right)}{x^2\left(1 + \frac{1}{x}\right)}$$

$$\frac{\sqrt{x}}{x^2} = \frac{x^{1/2}}{x^2} = \frac{1}{x^{3/2}}$$

$$= \lim_{x\to\infty} 1.$$

b) $\displaystyle\lim_{x\to -3} \frac{x+3}{4x^2+12x}$

$$= \lim_{x\to -3} \frac{x+3}{4x(x+3)}$$

$$= \lim_{x\to -3} \frac{1}{4x}$$

$$= \lim_{x\to -3} \frac{1}{4(-3)}$$

$$= \lim_{x\to -3} -\frac{1}{12}.$$

$\frac{dy}{dx}$

[2] **4.** Supposer que $x^4 + x^2y - 2y^5 = -1$. Trouver $y' = \frac{dx}{dy}$ en termes de x et y. Dérivée implicite

$4x^3 + 2x \cdot 1y' - 10y^4 \cdot y' = 0$ X $(x^2y)' = 2xy + x^2y'$

$4x^3 = 10y^4y' - 2xy'$

$a = cb - fb$

$a = b(c-f)$

$4x^3 = y'(10y^4 - 2x)$

$\frac{4x^3}{10y^4 - 2x} = y'$

$\frac{\cancel{2}(2x^3)}{\cancel{2}(5y^4 - x)} = y'$ X

$\frac{2x^3}{(5y^4 - x)} = y'$

[2] **5.** Soit $f(x) = 3x^4 - x$. Trouver l'équation de la droite tangente à f au point $x = 1$.

① Pente → Dérive

$f'(x) = 12x^3 - 1$

$m = 12(1)^3 - 1$

$m = 11$

② Trouver y.

$y = 3(1)^4 - (1)$

$y = 3 - 1$

$y = 2$

③ Trouver B.

$y = mx + b$

$2 = 11(1) + b$

$-9 = b$

④ Équation.

$y = 11x - 9$

[6] **6.** Dériver chaque fonction. Montrer votre travail! Ce n'est pas nécessaire de simplifier votre réponse.

$\frac{f'g-g'f}{g^2}$

a) $g(x) = \frac{x + 2^x}{\tan(x)}$ f g

$$g'(x) = \frac{((1)+2^x \cdot \ln 2)(\tan(x))) - ((\sec^2 x)(x+2^x))}{(\tan x)^2}$$

$$= \frac{\tan(x) + \tan(x)2^x \cdot \ln 2 - \sec^2 x^2 + 2^x(\sec^2 x)}{(\tan x)^2}$$

$$= \frac{2\tan(x)2^x \cdot \ln 2 - \sec^2 x^2 + 2^x(\sec^2 x)}{(\tan x)^2}$$

✓

b) $u(t) = (t + 5)^6(e^t + \pi^2)$. f g $f'g + g'f$

$(\pi^2)' = 0$ car π^2 est une constante

$$u'(t) = (6(t+5)^5(1)(e^t+\pi^2)) + ((e^t + 2\pi)(t+5)^6)$$

$$= 6(t+5)^5(e^t+\pi^2) + (e^t + 2\pi)(t+5)^6$$

×

c) $w(r) = \ln\left(\sqrt{r - r^2}\right)$. ext. int. $(r-r^2)^{\frac{1}{2}}$

$$(\ln(u(x)))' = \frac{u'(x)}{u(x)}$$

$$w'(r) = \ln(\sqrt{r-r^2})(\tfrac{1}{2}(r-r^2)^{-\frac{1}{2}})$$

$$= \frac{\ln(\sqrt{r-r^2})}{2(\sqrt{r-r^2})}$$

×

[2] **7.** À l'aide de la dérivation logarithmique, trouver la dérivée de $f(x) = \left(x^2\right)^{\cos(x)-x}$. Donner votre réponse en termes de x (et non f), mais ce n'est pas nécessaire de simplifier.

$$f(x) = (x^2)^{\cos(x)-x}$$
$$= (x^2)\ln(x^2)\cdot(-\sin(x)-1)$$
$$y = x^2 \ln x^2 \cdot (-\sin(x)-1)$$

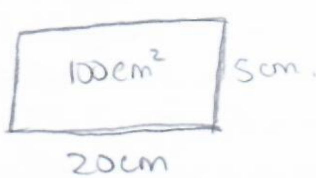
$$\frac{d}{dx} b^x = b^x \ln b$$
$$\frac{d}{dx} e^{f(x)} = e^{f(x)} \cdot f'(x)$$

$$\frac{y}{(-\sin(x)-1)} = x^2 \ln x^2$$

X

$$e^{\frac{y}{(-\sin(x)-1)}} = x^2 \cancel{e^{\ln x^2}}$$
$$e^{\frac{y}{(-\sin(x)-1)}} = x^4$$
$$\sqrt[4]{e^{\frac{y}{(-\sin(x)-1)}}} = x$$

[3] X **8.** Un rectangle change sa largeur et sa hauteur de façon continu. Quand la largeur est 20cm et l'aire est 100cm^2, la largeur augmente à un taux de 3cm/s et l'aire augmente à un taux de $11\text{cm}^2/\text{s}$. À ce moment, quel est le taux de variation de la hauteur?



$b \times h = A$ ✓

$20 \times h = 100$

$20 \times \underline{5} = 100$ ✓

$$b = \frac{A}{h}$$

largeur taux = 3cm/s

aire taux = 11cm²/s.