



# Université d'Ottawa • University of Ottawa

Faculté des sciences  
Mathématiques et de statistique

Faculty of Science  
Mathematics and Statistics

MAT1720A

Test 1 *B*

11 octobre 2017

Calcul I

Mike Newman

NOM: Fontaine

PRÉNOM: Anne

NUMÉRO D'ÉTUDIANT: 300006660

DGD (encercler le vôtre):

Laurence
8:30-10:00
STE J0106

Laurence
10:00-11:30
MRN 021

Gaël
11:30-13:00
STE F0126

- Aucune calculatrice permise. Aucun note, livre, papiers ou autres aides.
- Écrire votre nom et numéro d'étudiant sur cette page.
- Vérifier que votre copie du test a 6 pages (incluant celle-ci).
- Écrire vos solutions directement après les questions (utiliser l'endos de la page si nécessaire).  
Montrer tout votre travail!
- Il est interdit d'utiliser ou avoir en sa possession un téléphone cellulaire ou autre appareil électronique. Fermer vos appareils et ranger-les dans votre sac.
- Signer ci-bas pour indiquer que vous avez lu les instructions.

SIGNATURE: Fontaine

- Ne rien écrire ci-bas

1	2	3	4	5	6	7	8	total
0	1	4	0.5	<del>1.5</del>	3.5	0	1	<del>11.5</del>
/1	/2	/4	/2	/2	/6	/2	/3	12

- [1] 1. Trouver le domaine de la fonction  $g(x) = \frac{e^{\sqrt{2-x}}}{x^2 - 9}$ .

$$g(x) = \frac{e^{\sqrt{2-x}}}{(x-3)(x+3)}$$

$$x=3$$

$$x=-3$$

$$D: \{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq x \leq 3\} \times$$

$$(3-4x)^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{1}{2}(3-4x)^{-\frac{1}{2}}(-4)$$

$$\frac{-4^{-2}}{2(\sqrt{3-4x})} = \frac{-2}{(\sqrt{3-4x})}$$

- [2] 2. À l'aide de la définition de la dérivée, trouver  $\frac{d}{dx} \sqrt{3-4x}$ . Définition:  $\frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

$$f(x) = \sqrt{3-4x}$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3-4(x+h)} - \sqrt{3-4x}}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3-4x-4h} - \sqrt{3-4x}}{h} \times \frac{\sqrt{3-4x-4h} + \sqrt{3-4x}}{\sqrt{3-4x-4h} + \sqrt{3-4x}}$$

$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$$

$$\times = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{3-4x-4h} - \sqrt{3-4x})(\sqrt{3-4x-4h} + \sqrt{3-4x})}{h(\sqrt{3-4x-4h} + \sqrt{3-4x})}$$

$$\times = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(3-4x-4h-3-4x) \ominus (3-4x-4h+3-4x)}{h(\sqrt{3-4x-4h} + \sqrt{3-4x})}$$

$$\times = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3-4x-4h-3-4x-3+4x+4h-3+4x}{h(\sqrt{3-4x-4h} + \sqrt{3-4x})}$$

$$\times = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-6}{h(\sqrt{3-4x-4h} + \sqrt{3-4x})} \times$$

[4] 3. Évaluer chaque limite. Montrer votre travail!

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - \sqrt{x} - 7}{x^2 + x}$$

Puisque le plus haut degré du numérateur et du dénominateur est égale, la limite est évaluée selon les coefficients de  $x$ .

La limite est donc de 1.

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 \left(1 - \frac{1}{x} - \frac{7}{x^2}\right)}{x^2 \left(1 + \frac{1}{x}\right)} \quad \frac{\sqrt{x}}{x^2} = \frac{x^{1/2}}{x^2} = \frac{1}{x^{3/2}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} 1.$$

$$b) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x+3}{4x^2+12x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x+3}{4x(x+3)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -3} \frac{1}{4x} \quad \checkmark$$

$$= \lim_{x \rightarrow -3} \frac{1}{4(-3)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -3} -\frac{1}{12}.$$

- [2] 4. Supposer que  $x^4 + x^2y - 2y^5 = -1$ . Trouver  $y' = \frac{dy}{dx}$  en termes de  $x$  et  $y$ . Dérivée implicite

$$4x^3 + 2x \cdot 1y' - 10y^4 \cdot y' = 0$$

$$4x^3 = 10y^4 y' - 2xy'$$

$$4x^3 = y'(10y^4 - 2x)$$

$$\frac{4x^3}{10y^4 - 2x} = y'$$

$$\frac{x(2x^3)}{x(5y^4 - x)} = y'$$

$$\frac{2x^3}{(5y^4 - x)} = y'$$

$$(x^2y)' = 2xy + x^2y'$$

$$a = cb - fb$$

$$a = b(c-f)$$

- [2] 5. Soit  $f(x) = 3x^4 - x$ . Trouver l'équation de la droite tangente à  $f$  au point  $x = 1$ .

① Pente  $\rightarrow$  dérivée

$$f(x) = 12x^3 - 1$$

$$m = 12(1)^3 - 1$$

$$m = 11$$

② Trouver  $y$ .

$$y = 3(1)^4 - (1)$$

$$y = 3 - 1$$

$$y = 2$$

③ Trouver  $B$ .

$$y = mx + b$$

$$2 = 11(1) + b$$

$$-9 = b$$

④ Équation.

$$y = 11x - 9$$

- [6] 6. Dériver chaque fonction. Montrer votre travail! Ce n'est pas nécessaire de simplifier votre réponse.

a)  $g(x) = \frac{x + 2^x}{\tan(x)}$

$$\frac{f'g - g'f}{g^2}$$

$$\begin{aligned} g'(x) &= \frac{((1) + 2^x \cdot \ln 2)(\tan(x)) - (\sec^2(x)(x + 2^x))}{(\tan(x))^2} \\ &= \frac{\tan(x) + \tan(x)2^x \cdot \ln 2 - \sec^2(x)x - 2^x \sec^2(x)}{(\tan(x))^2} \\ &= \frac{2\tan(x)2^x \cdot \ln 2 - \sec^2(x)x - 2^x \sec^2(x)}{(\tan(x))^2} \quad \checkmark \end{aligned}$$

b)  $u(t) = (t+5)^6(e^t + \pi^2)$

$$\begin{aligned} u'(t) &= (6(t+5)^5(1)(e^t + \pi^2)) + ((e^t + 2\pi)(t+5)^6) \\ &= 6(t+5)^5(e^t + \pi^2) + (e^t + 2\pi)(t+5)^6 \end{aligned}$$

$(\pi^2)' = 0$  car  $\pi^2$  est une constante

c)  $w(r) = \ln(\sqrt{r-r^2}) \cdot (r-r^2)^{\frac{1}{2}}$

$$\begin{aligned} w'(r) &= \ln(\sqrt{r-r^2}) \left( \frac{1}{2}(r-r^2)^{-\frac{1}{2}} \right) \\ &= \frac{\ln(\sqrt{r-r^2})}{2(\sqrt{r-r^2})} \end{aligned}$$

$$\left( \ln(u(x)) \right)' = \frac{u'(x)}{u(x)}$$