



# Université d'Ottawa - University of Ottawa

Faculté des sciences  
Mathématiques et de statistique

Faculty of Science  
Mathematics and Statistics

MAT 1741 C – Test 3 – V.A

Professeur : Abdelkrim El basraoui

12 novembre 2015

Nom : \_\_\_\_\_

Prénom : \_\_\_\_\_

Numéro d'étudiant : \_\_\_\_\_

Réponse choix multiples → {

Pour le correcteur → {

1	
2	
3	
4	
5	
6	
[Bonus] 7	
Total	

- La durée de cet examen est **80 minutes**.
- Cet examen est à livre fermé et vos notes de cours ne seront pas allouées. L'utilisation de calculatrice, téléphone cellulaire, pagette ou tout autre appareil qui peut transmettre ou stocker de l'information **n'est pas permise**.
- Prenez le temps de lire tout le document avant de commencer et lisez chaque question attentivement. **Répondez à toutes les questions dans l'espace fourni après chaque question**. Pour les questions 4 à 7, vous pouvez utiliser l'endos des pages si vous en avez besoin, par contre n'oubliez pas de l'indiquer pour le correcteur.
- Les questions 1 à 3 sont à choix multiples et valent 1 point chacune. Il n'y aura aucun point partiel. Vous devez écrire votre réponse dans le tableau fourni ci-dessus.
- Les questions 4 et 6 valent 6 points chacune. **Les bonnes réponses pour ces questions doivent être justifiées et écrites de façon logique et lisible; vous devez convaincre le correcteur que vous savez pourquoi votre réponse est la bonne.** La Question 7 est une question bonus qui vaut 3 points.
- Lorsque vous le pouvez, il est fortement recommandé de vérifier votre travail.

**Bonne Chance!**

1. Soit  $A$  la matrice des coefficients d'un système linéaire homogène de 16 équations et 20 variables.

Si le rang de  $A$  est égale à 10, combien de paramètres y aura-t-il dans la solution générale?

- A. 10
- B. 6
- C. 4
- D. 0
- E. 16
- F. 20

2. Soit la matrice  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$  et soit  $B$  une matrice de type  $3 \times n$ . Alors la troisième ligne de la matrice (produit)  $AB$  est

- A. la même que la deuxième ligne de  $A$
- B. la même que la première ligne de  $B$
- C. la même que la deuxième ligne de  $B$
- D. la somme de la première et deuxième ligne de  $B$
- E. la somme de la première et troisième ligne de  $B$
- F. la somme de la deuxième et troisième ligne de  $B$

3. Trouvez toutes les valeurs de  $t$  pour lesquelles  $(1, 2, 3, t)$  est une combinaison linéaire de  $(1, 0, 1, 2)$ ,  $(0, 1, 1, 2)$  et  $(1, 1, 0, 2)$ .

A.  $t = 4$  ou  $6$

B.  $t = 4$  seulement

C.  $t = 6$  seulement

D.  $t = -2$  ou  $-4$

E.  $t = 0$  ou  $2$

F.  $t = -2, 0$  ou  $4$

4. Supposons que  $e, f \in \mathbb{R}$  et considérons le système linéaire en  $x, y$  et  $z$  suivant:

$$\begin{cases} 2x - 2y + ez = f \\ x + z = -1 \\ 3x + y + 2z = -2 \end{cases}$$

a) Si  $[A|b]$  est la matrice augmentée de ce système, trouvez  $\text{rg}(A)$  et  $\text{rg}([A|b])$  pour toutes les valeurs de  $e$  et  $f$ .

(Voir la prochaine page pour Q.4 parties (b) et (c).)

b) En utilisant (a), trouvez toutes les valeurs de  $e$  et  $f$  tels que le système admet

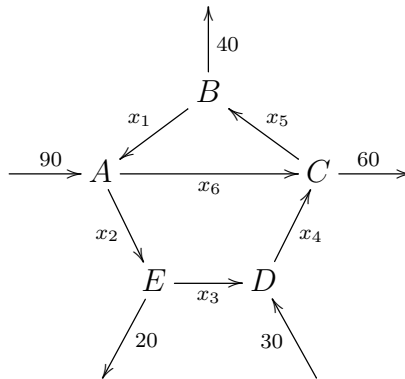
(i) une solution unique

(ii) une infinité de solutions

(iii) aucune solution (incompatible)

c) Dans le cas d'une infinité de solutions (comme dans b)(ii)) donnez une interprétation géométrique de la solution générale.

5. Considérez le réseau routier avec intersections A, B, C, D et E ci-bas. Les flèches indiquent la direction du trafic qui se fait en une seule direction. Les chiffres et les variables  $x_i$  donnent le nombre de véhicules qui entrent ou sortent par les intersections A, B, C, D et E par minute.



a) Donnez le système linéaire qui représente ce réseau.

b) Si la matrice **échelonnée réduite** de la matrice augmentée du système dans la partie (a) est

$$\left[ \begin{array}{cccccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -40 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1 & 50 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 1 & 30 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & 60 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right],$$

écrivez la solution générale du système.

- c) Si, dû à des travaux, on ferme la route ED, trouvez le flux minimal le long de la route AC. Justifiez votre réponse.

6. Indiquer si chacun des énoncés suivants est (toujours) vrai ou est (peut-être) faux, dans la case donnée.

- Si vous indiquez qu'un énoncé est (peut-être) faux, vous devez **donner un contre-exemple!**
- Si vous indiquez que l'énoncé est (toujours) vrai, vous devez expliquer clairement votre raisonnement.

a) Le noyau,  $\text{Nul}(A)$ , de la matrice  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  est de dimension 1.

RÉPONSE :

b) Un système linéaire incompatible ne peut être homogène.

RÉPONSE :

**6 (suite).**

c) Si  $A$  est une matrice d'ordre 2 telle que  $A^2 = 0$ , alors  $A = 0$ .

RÉPONSE :

d) Si la matrice échelonnée de la matrice des coefficients d'un système linéaire en deux équations et trois variables a une ligne de zéros, alors ce système admet une infinité de solutions.

RÉPONSE :

7. [Bonus] Supposez que  $A$  est une matrice non-nulle d'ordre 3 telle que  $A^T = -A$ . Montrez que  $\text{rg}(A) = 2$ .

*Vous devez montrer ceci pour toutes les matrices non-nulles d'ordre 2. Un exemple particulier n'est pas suffisant.*

*Page supplémentaire pour vos brouillons. V.A*