

MAT 2775
Exemple d'examen final

1. Soit X_1, \dots, X_n un échantillon aléatoire d'une loi continue avec fonction de densité

$$f(x) = 2\gamma x e^{-\gamma x^2}, \quad x \geq 0,$$

où $\gamma > 0$ est une constante. Trouver l'estimateur de maximum de vraisemblance de γ .

- (a) $\frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$ (b) $\frac{\pi}{4\bar{X}^2}$ (c) $\frac{4\bar{X}^2}{\pi}$ (d) $\frac{\sum_{i=1}^n X_i^2}{n}$ (e) $\frac{\sum_{i=1}^n X_i^2}{\sum_{i=1}^n X_i}$

2. Soit X_1, \dots, X_n une variable aléatoire d'une loi avec fonction de densité

$$f(x; \theta) = \begin{cases} 1/\theta & \text{si } 0 < x < \theta, \\ 0 & \text{autrement} \end{cases}$$

Trouver une constante c telle que cY_n est un estimateur non-biaisé de θ , où $Y_n = \max(X_1, \dots, X_n)$.

- (a) $c = 1$ (b) $c = n$ (c) $c = \sqrt{n}$ (d) $c = \frac{n+1}{n}$ (e) $c = \frac{n}{n+1}$.

3. Stephen Harper prévoit de déclencher des élections quand il sera confiant à 90% que les conservateurs obtiendront au moins 40% du vote populaire. Un sondage de 1000 électeurs a été effectué la semaine dernière, et 450 des personnes sondées ont dit qu'ils voteraient pour les conservateurs si une élection fédérale était déclanchée. Trouver une borne de confiance inférieure à 90% pour p , la proportion de l'électorat qui votera Conservateurs. Est-ce qu'Harper devrait déclencher des élections à la lumière de ce sondage?

- (a) 0.43, non (b) 0.42, non (c) 0.36, non (d) 0.43, oui (e) 0.36, oui

4. À la question 3, l'échantillon comportait 500 hommes et 500 femmes. On a observé que 235 des hommes et 215 des femmes ont dit qu'ils voteraient pour les conservateurs. Soient p_1 et p_2 , les proportions d'électeurs et d'électrices, respectivement, qui voteront pour le parti conservateur. Harper voudrait tester $H_0 : p_1 = p_2$ contre $H_1 : p_1 \neq p_2$ au niveau $\alpha = 0.10$. Donner la valeur $-p$ de la statistique de test et offrir une conclusion.

- (a) 0.2040, ne pas rejeter H_0 (b) 0.2040, rejeter H_0 (c) 0.1020, rejeter H_0
(d) 0.1020, ne pas rejeter H_0 (e) 0.0110, rejeter H_0

5. Une grande compagnie veut estimer la variabilité du coût de garderie (par semaine) de ses employés. Un échantillon aléatoire de 5 employés a payé les montants suivants pour la garderie la semaine dernière:

155 140 170 110 125

En supposant que le coût d'utilisation de la garderie hebdomadaire X est de loi normale, trouver un intervalle de confiance à 95% pour σ , l'écart type de X .

- (a) [14.212; 68.182] (b) [13.242; 52.034] (c) [16.811; 49.077]
(d) [12.454; 66.366] (e) [10.901; 80.267]

10. Dans l'année de la "double cohorte", les étudiants dans le cours de calcul de première année avaient eu des cours de mathématiques différents dans leur dernière année à l'école secondaire. Il y avait intérêt à savoir s'il y avait une association entre les cours de math du secondaire (A et B) et la probabilité de passer le cours de calcul de première année. Un échantillon de 60 étudiants de cours A et 40 étudiants de cours B a donné les résultats suivants:

	Cours secondaire		Total
	A	B	
Passage en calcul	40	15	55
Échec en calcul	20	25	45
Total	60	40	100

Tester l'hypothèse H_0

Lequel des énoncés suivants est vrai?

- (a) On ne rejette pas H_0 au niveau 10%.
- (b) Rejeter H_0 au niveau 10%, mais pas au niveau 5%.
- (c) Rejeter H_0 au niveau 5%, mais pas au niveau 2.5%.
- (d) Rejeter H_0 au niveau 2.5%, mais pas au niveau 1%.
- (e) Rejeter H_0 au niveau 1%.