

University of Ottawa
Department of Mathematics and Statistics

MAT 1702B : Méthodes mathématiques II
Professeur : Tanya Schmah

Troisième examen partiel – **Pratique**

le 22 mars 2017

Nom _____ Prénom _____

Numéro d'étudiant _____ DGD _____

Instructions :

- La durée de cet examen est de 80 minutes.
- Cet examen est un examen à livre fermé qui comporte **5 questions**.
- **Les calculatrices ne sont pas permises.**
- Écrivez le prénom de votre TA (ou la salle ou le numéro de votre DGD) dans l'espace « DGD ».
- Écrivez votre numéro d'étudiant en haut de chaque page dans l'espace précisé.
- Vous devez justifier vos réponses (sauf pour les questions Vrai/Faux).
- Utilisez l'espace spécifié pour répondre à chacune des questions. Si jamais l'espace ne vous suffit pas ou que vous utilisez l'endos de la page veuillez indiquer clairement où se trouve votre réponse ainsi que la suite du développement, s'il y a lieu. Sinon, les travaux écrits au verso des pages ne seront pas considérées.
- Vous avez une page supplémentaire à la fin que vous pouvez détacher et utiliser comme feuille de brouillon. Autres feuilles de brouillon ne sont pas permises.
- Il est interdit de se servir de téléphones cellulaires, de dispositifs électroniques ou de notes de cours. **Les téléphones et les gadgettes électroniques doivent être fermés et rangés dans votre sac : vous ne pouvez pas les laisser dans vos poches ou sur votre personne.** Sinon, on pourrait vous demander de quitter l'examen immédiatement et des allégations de fraude scolaire pourraient être déposées dont le résultat pourrait être un 0 (zéro) pour l'examen.

En apposant votre signature, vous reconnaissez vous être assuré de respecter l'énoncé ci-dessus.

Signature _____

Bonne chance!

Ne rien inscrire dans le tableau suivant.

Question	1	2	3	4	5	Total
Maximum	5	8	5	3	2	23
Score						

d'étudiant _____

MAT 1702B Troisième examen partiel

1. (a) [**2 points**] Calculez le déterminant $\begin{vmatrix} 2 & 7 & -2 \\ 0 & -15 & 0 \\ 4 & -3 & 5 \end{vmatrix}$.

(b) [**1 point**]

Soit A une matrice de taille 12×8 . Si la dimension de son noyau est 3, quel est la dimension de son image ?

(c) [**2 points**] Soit A et B des matrices 3×3 .

Si $\det A = 7$ et $\det B = -4$ et k est un scalaire, quel est $\det (B(2kA)B^{-1})$?

2. [8 points]

$$\text{Soit } A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -1 & 1 \\ -1 & -5 & 5 & 0 \\ 4 & 7 & 6 & 1 \end{bmatrix}$$

- (a) Trouvez une base pour $\text{Ker}A$.
- (b) Trouvez une base pour $\text{Im}A$.
- (c) Vérifiez que le Théorème du rang est satisfait.

3. [5 points]

$$\text{Soit } A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & a \\ -1 & 1 & 0 & b \\ 2 & 2 & 2 & c \\ 0 & 1 & -2 & d \end{bmatrix}.$$

- (a) En utilisant les **opérations sur les lignes** calculez $\det A$ en fonction de a , b , c et d .
- (b) Pour $a = 1$, $b = c = 0$, $d = -5$, est-ce que A est inversible?

4. [3 points]

Déterminez si les énoncés suivants sont vrai ou faux.

Pour chaque bonne réponse vous gagnez 0.5 point.

Pour chaque mauvaise réponse vous perdrez 0.25 point, cependant vous ne recevrez pas un score négative si toutes vos réponses sont fausses.

Soit A une matrice **inversible** de taille $n \times n$.

(a) Le déterminant de A est 0.

Réponse : _____

(b) $\text{Ker}A = \{0\}$.

Réponse : _____

(c) A a le même nombre des colonnes pivots que des colonnes non pivots.

Réponse : _____

(d) A^T est inversible.

Réponse : _____

(e) Les colonnes de A engendrent \mathbb{R}^n .

Réponse : _____

(f) L'application linéaire $T : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ définie par $T(\mathbf{x}) = A\mathbf{x}$ est injective et surjective.

Réponse : _____

5. [2 points] Déterminez si les énoncés suivants sont vrai ou faux.

Pour chaque bonne réponse vous gagnez 0.5 point.

Pour chaque mauvaise réponse vous perdrez 0.25 point, cependant vous ne recevrez pas un score négative si toutes vos réponses sont fausses.

(a) Le rang d'une matrice carrée est le nombre de ses colonnes.

Réponse : _____

(b) Pour tous \mathbf{v} et \mathbf{w} de \mathbb{R}^4 non collinéaires, le plan défini par $\mathbf{x} = s\mathbf{v} + t\mathbf{w}$ est un sous-espace vectoriel de \mathbb{R}^4 de dimension 2.

Réponse : _____

(c) $\left\{ \begin{bmatrix} 2 \\ a \\ ab \end{bmatrix} : a, b \in \mathbb{R} \right\}$ est un sous-espace vectoriel de \mathbb{R}^3 de dimension 2.

Réponse : _____

(d) Soit A une matrice $m \times n$ et soit $T : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ l'application linéaire donnée par $T(\mathbf{x}) = A\mathbf{x}$. Les colonnes pivots de A forment une base de \mathbb{R}^m si et seulement si T est surjective.

Réponse : _____

d'étudiant _____

MAT 1702B Troisième examen partiel

Cette page a été laissée blanche intentionnellement. Vous pouvez l'utiliser comme papier de rebut.