MAT 2777 (Hiver 2017)

Devoir 4

Echeance : S'il vous plaît soumettre dans la boîte pour devoirs à 585 King Edward avant 19h le jeudi 9 mars 2017
Il y a 4 questions

Veuillez résoudre les problèmes suivants en utilisant une calculatrice autorisée par la Faculté des Sciences (TI30, TI34, Casio fx-260 et Casio fx-300) :

[1] 1. (a) X suit une loi binomiale avec $n = 25$ et $p = 0{,}04$.

[1] (b) Sans l'approximation Poisson : $P(X = 3) = \binom{25}{3}(0{,}04)^3(0{,}96)^22 = 0{,}05996$.

[2] Avec l'approximation Poisson : on a $\mu = n\,p = 1$, alors $P(X = 3) \approx e^{-\mu}\,\mu^3/3! = 0{,}0613$.

[1] (c)

$$P(X > 2) = 1 - \left[\binom{25}{0}(0{,}04)^0(0{,}96)^{25} + \binom{25}{1}(0{,}04)^1(0{,}96)^{24} + \binom{25}{2}(0{,}04)^2(0{,}96)^{23}\right] = 0{,}0765$$

[1] et

$$P(4 \leq X < 6) = \binom{25}{4}(0{,}04)^4(0{,}96)^{21} + \binom{25}{5}(0{,}04)^5(0{,}96)^{20} = 0{,}01615$$

[2] 2. (a) On veut

$$P(T = 5) = (1-p)^4\,p = 0.03397, \quad \text{où } T \sim \text{géométrique avec } p = 0{,}04.$$

[2] (b) On veut

$$P(T_2 = 6) = \binom{5}{1}p^2(1-p)^4 = 0{,}00679, \quad \text{où } T_2 \sim \text{binomiale-négative avec } r = 2 \text{ et } p = 0{,}04.$$

[2] (c) La moyenne et l'écart type sont respectivement

$$E[T_2] = \frac{r}{p} = \frac{2}{0{,}04} = 50 \quad \text{et} \quad \sigma_{T_2} = \sqrt{V[T_2]} = \sqrt{\frac{r(1-p)}{p^2}} = \sqrt{\frac{2(0{,}96)}{(0{,}04)^2}} = 34{,}641.$$

3. (a) Soit X le nombre de composants défectueux dans une boîte. X suit une loi binomiale avec $n = 18$ et $p = 0{,}1$. On veut

$$P(X = 0) = \binom{18}{0}p^0(1-p)^{18} = 0{,}1501.$$

(b) Soit X le nombre de boîtes parmi $n = 12$ boîtes qui contiennent seulement des composants non-défectueux. X suit une loi binomiale avec $n = 12$ et $p = 0{,}1501$. On veut

$$P(X \geq 3) = 1 - \left[\binom{12}{0}p^0(1-p)^{12} + \binom{12}{1}p^1(1-p)^{11} + \binom{12}{2}p^2(1-p)^{10}\right] = 0{,}2645.$$

(c) Soit T le nombre de boîtes requises afin d'avoir une boîte qui contient seulement des composants non-défectueux. T suit une loi géométrique avec $p = 0{,}1501$.

4. Soit $N(t)$ le nombre tempêtes géomagnétiques dans une période de t années. $N(t)$ suit une loi Poisson de moyenne $\mu = \lambda\,t$.

(a) On veut

$$P[N(1) \geq 4] = 1 - e^{-\mu}\,\frac{\mu^0}{0!} - e^{-\mu}\,\frac{\mu^1}{1!} - e^{-\mu}\,\frac{\mu^2}{2!} - e^{-\mu}\,\frac{\mu^3}{3!} = 0{,}2424,$$

où $\mu = \lambda\,t = 2{,}5(1) = 2{,}5$.

(b) 4 mois est 1/3 d'une année. Alors, on veut $E[N(1/3)] = \lambda\,(1/3) = (2{,}5)(1/3) = 0{,}833$ tempête géomagnétique.

(c) On veut $P[N(153/365) = 0] = e^{-\mu}\,\mu^0/0! = e^{-\mu} = 0{,}35066$, où $\mu = \lambda\,t = (2{,}5)(153/365) = 1{,}04795$.

[/12]