**MAT 2777 (Hiver 2017)**

**Devoir 1 - solutionnaire**

**Remarque :** Nous allons corriger les questions 2, 4 et 6.

1. Soit l'événement $M$ que la voiture nécessite des réparations sur le moteur, et soit l'événement $T$ que la voiture nécessite des réparations sur le transmission. On a

$$P(M) = 0{,}85; \quad P(T) = 0{,}37; \quad P(M \cap T) = 0{,}25.$$

(a) On veut $P(M \cup T) = P(M) + P(T) - P(M \cap T) = 0{,}97$.
(b) On veut $P(M' \cap T') = 1 - P(M \cup T) = 0{,}03$.
(c) On veut $P(M' \cup T') = 1 - P(M \cap T) = 0{,}75$.

2. Soit $C$ l'événement que le brin a une conductivité élevé et $R$ l'événement que le brin a une résistance élevée.

**[1]** a) On veut $P(C \cap R) = 73/98 = 0{,}7448$.

**[1]** b) On veut $P(C' \cup R') = (5 + 4 + 16)/98 = 0{,}2551$.

**[1]** c) On veut $P(R'|C') = \frac{4/98}{20/98} = \frac{4}{20} = 0{,}2$.

**[1]** d) Puisque $R' \cap C'$ n'est pas vide, alors $R'$ et $C'$ ne sont pas mutuellement exclusif.

**[1]** e) On a $P(R') = 9/98 = 0{,}0918$, mais $P(R'|C') = 0{,}2$. Alors, $P(R') \neq P(R'|C')$. Donc, $R'$ et $C'$ sont dépendants.

3. Soit $A_i$ l'événement que parmi les cinq, on a $i$ brins avec une grande résistance.
(a) On veut

$$P(A_5) = \frac{\binom{89}{5}}{\binom{98}{5}} = 0{,}6112.$$

(b) On veut

$$P(A_0) + P(A_1) = \frac{\binom{89}{0}\binom{9}{5}}{\binom{98}{5}} + \frac{\binom{89}{1}\binom{9}{4}}{\binom{98}{5}} = 0{,}00017.$$

4. Soient $A$, $B$, $C$ les événements d'avoir une chambre au Ramada Inn, au Sheraton, et au Lakeview Motor Lodge, respectivement. Soit $D$ l'événement que la plomberie est défectueuse. On a

$$P(A) = 0{,}21; P(B) = 0{,}49; P(C) = 0{,}3; P(D|A) = 0{,}04; P(D|B) = 0,035; P(D|C) = 0,075.$$

**[1]** Pour identifier les probabilités dans l'énoncé.

**[2]** (a) On veut

$$P(D) = P(D|A)P(A) + P(D|B)P(B) + P(D|C)P(C) = 0{,}04805.$$

**[2]** (b) On veut

$$P(C|D) = \frac{P(C \cap D)}{P(D)} = \frac{P(D|C)P(C)}{P(D)} = \frac{(0,075)(0,3)}{0{,}04805} = 0{,}46826.$$

5. Soit $A_i$ que le composant $i$ fonctionne. Soit $A_8 = A_1 \cap A_2 \cap A_3$ et $A_9 = A_4 \cup A_5 \cup A_6$. On calcul

$$P(A_8) = P(A_1)P(A_2)P(A_3) = (0{,}9)^3 = 0{,}729$$

$$P(A_9) = 1 - P(A_1' \cap A_2' \cap A_3') = 1 - P(A_1')P(A_2')P(A_3') = 1 - (0{,}05)^3 = 0{,}999875.$$

Soit $A_{10} = A_9 \cap A_7$. On a $P(A_{10} = P(A_9 \cap A_7) = P(A_9)P(A_7) = (0{,}999875)(0{,}9) = 0{,}89989$.
La probabilité que le circuit fonctionne est

$$P(A_{10} \cup A_8) = 1 - P(A_{10}' \cap A_8') = 1 - P(A_{10}')P(A_8') = 1 - (1 - 0{,}89989)(1 - 0{,}729) = 0{,}9728702.$$

6. Voici deux questions de dénombrement.

[**2**] (a) Il y a 60 choix pour le premier numéro, 57 choix pour le deuxième et 57 choix pour le troisième. Alors, il y a $60 \times 57 \times 57 = 194\,940$ combinaisons possibles.

[**2**] (b) On choisi 4 élèves parmi les 24 pour la première saveur, ensuite on sélectionne 4 élèves parmi les 20 élèves qui restent pour la deuxième saveur et ainsi de suite. Alors, le nombre de différentes façons de distribuer les 6 saveurs de bonbons aux 24 enfants est

$$\binom{24}{4}\binom{20}{4}\binom{16}{4}\binom{12}{4}\binom{8}{4}\binom{4}{4} = \frac{24}{(4!)^6} = 3.24 \times 10^{15}.$$

[ /**14**]