

MAT1741 - Tests Diagnostiques (3 tests)

1 Test 1

1. La distance du point $(1, 0, -1)$ au plan d'équation $2x - y + z = 7$ est:

- A. $\sqrt{6}$
- B. $2\sqrt{6}$
- C. $\frac{\sqrt{6}}{2}$
- D. $\frac{1}{6}$
- E. $\frac{1}{3}$
- F. $-2\sqrt{6}$

2. Considérons les deux droites suivantes données sous forme paramétrique par:

$$L_1 = \{(x, y, z) \mid x = -2s + 1, \ y = s + 2, \ \text{et } z = 4s + 1, \text{ où } s \in \mathbb{R}\}$$

$$L_2 = \{(x, y, z) \mid x = t + 3, \ y = t + 1, \ \text{et } z = t - 3, \text{ où } t \in \mathbb{R}\}$$

Parmi les énoncés suivants, lequel est correct ?

- A. $(3, 1, -3)$ est le point d'intersection de L_1 et L_2 .
- B. $(-3, 1, -3)$ est le point d'intersection de L_1 et L_2 .
- C. $(3, -1, -3)$ est le point d'intersection de L_1 et L_2 .
- D. L_1 et L_2 sont parallèles.
- E. L_1 et L_2 sont perpendiculaires.
- F. L_1 et L_2 ne sont pas coplanaires.

3. L'intersection de trois plans (non nécessairement distincts) dans \mathbb{R}^3 est toujours
- A. vide
 - B. une droite
 - C. un plan
 - D. un point
 - E. un point, une droite ou un plan
 - F. vide, un point, une droite ou un plan

4. L'équation $5x - y + 6z = -3$ est l'équation d' ...
- A. une droite dans \mathbb{R}^3 avec vecteur directeur $(5, -1, 6)$.
 - B. un plan passant par les points $(9, 0, -8)$, $(1, 1, 1)$ et $(0, 3, 0)$.
 - C. un plan avec vecteur normal $(5, -1, 6)$ et passant par le point $(0, 3, 1)$.
 - D. un plan avec vecteur normal $(5, -1, 6)$ et passant par le point $(9, 0, -8)$.
 - E. une droite dans \mathbb{R}^3 passant par les points $(0, 3, 0)$ et $(9, 0, -8)$
 - F. un plan avec vecteur normal $(0, 3, 0)$ et passant par le point $(5, -1, 6)$

5. Le volume du parallélépipède dont les cotés sont donnés par les vecteurs $u = (1, -1, 0)$, $v = (0, 1, 2)$ et $w = (2, 0, 1)$ est:

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4
- E. 5
- F. 0

6. Trouver l'aire du triangle dont les sommets sont $(2, 1, 0)$, $(0, -1, 2)$ et $(1, -2, 2)$.

- A. $\sqrt{6}$
- B. $2\sqrt{6}$
- C. $\frac{\sqrt{6}}{2}$
- D. $\frac{\sqrt{6}}{6}$
- E. $\frac{\sqrt{6}}{3}$
- F. $4\sqrt{6}$

7. Un vecteur directeur de la droite d'intersection des deux plans d'équation $x - 2y = 1$ et $x + y - z = 0$ est égal à:

- A. $(2, 1, 3)$
- B. $(-2, 1, 3)$
- C. $(-2, -1, 3)$
- D. $(2, -3, -1)$
- E. $(-2, 3, -1)$
- F. $(2, 3, -1)$

8. Les équations paramétriques de la droite passant par le point $(1, -1, 2)$ et qui est parallèle aux deux plans d'équation $x - y = 1$ et $x + y - 3z = 0$ sont données par :

- A. $x = 1 + 3t, y = -1 + 3t, z = 2 + 2t, t \in \mathbb{R}$
- B. $x = 1 - 3t, y = -1 + 3t, z = 2 + 2t, t \in \mathbb{R}$
- C. $x = 1 - 3t, y = 1 + 3t, z = 2 + 2t, t \in \mathbb{R}$
- D. $x = 1, y = -1 + 3t, z = 2 + 2t, t \in \mathbb{R}$
- E. $x = 1 + 3t, y = 1, z = 2 + 2t, t \in \mathbb{R}$
- F. $x = 1 - 3t, y = -1, z = 2 + 2t, t \in \mathbb{R}$

9. Trouver l'équation cartésienne du plan

$$H = \{(1 + s + 2t, 2 + t, 1 + s) \mid s, t \in \mathbb{R}\}$$

- A. $x - 2y - z = 4$
- B. $x + 5y - 2z = 9$
- C. $-x + 2y + z = 4$
- D. $x - 2y + z = -3$
- E. $-x - 2y + z = -4$
- F. $3x + 2y - z = -2$

10. Si $u = (1, 1, 1)$ et $v = (2, 1, 3)$, déterminer la projection orthogonale $\text{proj}_v u$ de u sur v .

- A. $\frac{3}{7}(2, 1, 3)$
- B. $\frac{4}{7}(2, 1, 3)$
- C. $\frac{3\sqrt{14}}{7}(2, 1, 3)$
- D. $(1, 1, 1)$
- E. $\frac{3}{7}(3, 3, 3)$
- F. $2\sqrt{3}(1, 1, 1)$

11. Evaluer $\text{Im}(z)$ si

$$z = \frac{1 - 3i}{1 + i}.$$

- A. 2
- B. -2
- C. -1
- D. 1
- E. 3
- F. -3

12. Déterminer la forme polaire de

$$\frac{1 + i}{1 - \sqrt{3}i}$$

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2} \left(\cos\left(-\frac{7\pi}{12}\right) + i \sin\left(-\frac{7\pi}{12}\right) \right)$
- B. $\frac{\sqrt{2}}{2} \left(\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right) + i \sin\left(\frac{7\pi}{12}\right) \right)$
- C. $\sqrt{2} \left(\cos\left(-\frac{\pi}{12}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{12}\right) \right)$
- D. $\sqrt{2} \left(\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right) + i \sin\left(\frac{5\pi}{12}\right) \right)$
- E. $\sqrt{2} \left(\cos\left(-\frac{5\pi}{12}\right) + i \sin\left(-\frac{5\pi}{12}\right) \right)$
- F. $\frac{\sqrt{2}}{2} \left(\cos\left(\frac{\pi}{12}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{12}\right) \right)$

2 Test 2

1. Trouver l'équation cartésienne du plan dont l'équation paramétrique est donnée par

$$v = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \\ 1 \end{pmatrix}; \quad s, t \in \mathbb{R}.$$

A. $4x - 9y + 36z = 18$

B. $9x - 2y + 2z = 0$

C. $9x + 5y - 2z = 14$

D. $7x - 8y + 5z = 6$

E. $9x - 11y + 18z = -40$

F. $3x + 2y - z = 0$

2. La distance du point $(4, 0, 0)$ au plan d'équation cartésienne $2x - y + 8z = -3$ est:

A. $\frac{11}{\sqrt{69}}$

B. $\frac{13}{\sqrt{69}}$

C. $\frac{15}{\sqrt{69}}$

D. 0

E. $\frac{11}{69}$

F. $\frac{13}{69}$

3. Si $u = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ -3 \end{pmatrix}$, $v = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ et $w = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ alors le cosinus de l'angle entre les deux vecteurs $(v \times w)$ et $(u \times v)$ est:

A. $\frac{2}{21}$

B. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{21}}$

C. $-\frac{1}{\sqrt{7}}$

D. $-\frac{1}{\sqrt{21}}$

E. $-\frac{1}{21}$

F. $\frac{2}{\sqrt{7}}$

4. Considérons les deux vecteurs $\mathbf{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ -10 \end{pmatrix}$. Alors la projection orthogonale de \mathbf{v} le long de \mathbf{u} est:

A. $\begin{pmatrix} \frac{7}{2} \\ 0 \\ \frac{7}{2} \end{pmatrix}$

B. $\begin{pmatrix} \frac{11}{2} \\ 0 \\ \frac{11}{2} \end{pmatrix}$

C. $\begin{pmatrix} 7 \\ 0 \\ 7 \end{pmatrix}$

D. $\begin{pmatrix} -7 \\ 0 \\ -7 \end{pmatrix}$

E. $\begin{pmatrix} -\frac{7}{2} \\ 0 \\ -\frac{7}{2} \end{pmatrix}$

F. $\begin{pmatrix} -\frac{11}{2} \\ 0 \\ -\frac{11}{2} \end{pmatrix}$

5. Une équation du plan parallèle au vecteur $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ et contenant les points $(0, -1, 5)$ et $(2, 0, -2)$ est donnée par:

A. $5x - 3y + z = 8$

B. $x + 5y + z = 0$

C. $9x - 6y + 5z = 8$

D. $5x - 11y + 2z = 11$

E. $7x - 9y + 2z = 13$

F. $5x - 7y - z = 2$

6. Soit d la droite passant par le point $(1, 0, 1)$ et parallèle aux deux plans d'équations $x - 3y - 2z = 1$ et $x - y + 3z = 0$. Les équations paramétriques de d sont données par:

- A. $x = 1 + 11t, y = 5t, z = 1 + 2t, t \in \mathbb{R}$
- B. $x = -1 + 5t, y = -5t, z = 1 - 10t, t \in \mathbb{R}$
- C. $x = -1 + 11t, y = -3t, z = 1 + 2t, t \in \mathbb{R}$
- D. $x = t, y = 0, z = t, t \in \mathbb{R}$
- E. $x = 1 + 11t, y = 5t, z = 1 - 2t, t \in \mathbb{R}$
- F. $x = -t, y = 0, z = t, t \in \mathbb{R}$

7. Soit L la droite passant par les points $(1, 1, 0)$ et $(2, 3, 1)$. Le point d'intersection de L et du plan $x + y - z = 1$ est le point de coordonnées:

A. $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0)$

B. $(-1, 0, -1)$

C. $(\frac{1}{2}, 0, -\frac{1}{2})$

D. $(1, 0, 0)$

E. $(0, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$

F. $(0, 1, 0)$

8. Trouver le point d'intersection des deux droites d'équations paramétriques

$$x = 2 + 2s, y = 2 - s, z = 2 - 2s \quad \text{et} \quad x = 6 + 5t, y = 2 - t, z = 2 - 2t.$$

A. $(8, 6, -6)$

B. $(-2, 7, 1)$

C. $\frac{1}{3}(20, -26, 7)$

D. $\frac{1}{3}(-2, 10, 14)$

E. $(2, 3, 2)$

F. $(4, -1, -4)$

9. Trouver le volume du parallépipède déterminé par les vecteurs

$$u = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, v = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad w = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

A. 2

B. $4\sqrt{2}$

C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

D. $1/\sqrt{2}$

E. $1\sqrt{2}$

F. 4

10. Trouver la surface du triangle dont les sommets sont $A = (0, 4, 1)$, $B = (2, -1, 5)$ et $C = (2, 3, 1)$.

- A. 6
- B. 5
- C. 4
- D. 3
- E. 2
- F. 1

11. Trouver la forme polaire du nombre complexe:

$$\frac{\sqrt{3} + i}{1 + i}$$

A. $2\sqrt{2}(\cos(-\frac{\pi}{12}) + i \sin(-\frac{\pi}{12}))$

B. $\sqrt{2} \cos(-\frac{\pi}{12}) + i \sin(-\frac{\pi}{12})$

C. $2\sqrt{2}(\cos(-\frac{5\pi}{12}) + i \sin(-\frac{5\pi}{12}))$

D. $2\sqrt{2}(\cos(\frac{\pi}{12}) + i \sin(\frac{\pi}{12}))$

E. $\sqrt{2} \cos(\frac{5\pi}{12}) + i \sin(\frac{5\pi}{12})$

F. $\sqrt{2} \cos(-\frac{5\pi}{12}) + i \sin(-\frac{5\pi}{12})$

12. Evaluer la partie imaginaire $\text{Im}(z)$ du nombre complexe

$$z = \frac{i}{(2 + 2i)(-1 + i)}.$$

- A. $-\frac{1}{5}$
- B. $\frac{1}{4}$
- C. $-\frac{1}{4}$
- D. $\frac{1}{2}$
- E. $-\frac{1}{2}$
- F. 1

3 Test 3

1. L'équation du plan qui contient les deux points $P(2, 1, -1)$ et $Q(3, 2, 1)$ et qui est parallèle à l'axe des y est:

A. $2x - z - 5 = 0$

B. $2y - z - 5 = 0$

C. $2x - y - 5 = 0$

D. $x + y - z = 4$

E. $2x + z = 5$

F. $2y - z = 5$

2. Trouver les équations paramétriques de la droite passant par le point $(-5, 0, 1)$ et qui est parallèle aux deux plans

$$2x - 4y + z = 0 \quad \text{et} \quad x - 3y - 2z = 1.$$

A. $x = 5 + 11t, y = 3t, z = 1 + 2t$

B. $x = -5 + 5t, y = -5t, z = 1 - 10t$

C. $x = -5t, y = 0, z = t$

D. $x = -5 + 11t, y = -3t, z = 1 + 2t$

E. $x = 5t, y = 0, z = t$

F. $x = -5 + 11t, y = 5t, z = 1 - 2t$

3. Soit L la droite parallèle au vecteur $u = (1, -1, 2)$ et qui passe par le point $P(2, 1, 0)$. Trouver le point d'intersection de L avec le plan $x + y + 2z = 23$.

- A. $(11, 4, 4)$
- B. $(2, 1, 0)$
- C. $(7, -4, 10)$
- D. $(7, 4, 6)$
- E. $(11, 1, 4)$
- F. $(10, -4, 7)$

4. Trouver l'intersection des deux plans $2x - 3y + 4z = 6$ et $4x - 6y + 8z = 11$.

A. Les deux plans sont identiques

$$\text{B. } \left. \begin{array}{l} x = 1 + 2t \\ y = 2 - 3t \\ z = 10 + 4t \end{array} \right\} t \in \mathbb{R}$$

$$\text{C. } x - 2 = \frac{y+3}{2} = \frac{z-4}{10}$$

$$\text{D. } \left. \begin{array}{l} x = 1 + 4t \\ y = 2 + 5t \\ z = -3 - 7t \end{array} \right\} t \in \mathbb{R}$$

$$\text{E. } x - 4 = \frac{y-5}{2} = \frac{z+7}{-3}$$

F. Les deux plans ne se coupent pas.

5. Soient L_1 la droite qui passe par les points $(2, 1, -3)$, $(5, 4, -1)$ et L_2 la droite qui passe par les points $(0, 2, 3)$, $(-1, -2, -5)$. Trouver le point d'intersection de L_1 et L_2 .

- A. $(2, -1, 5)$
- B. $(2, -1, -5)$
- C. $(5, 4, -1)$
- D. $(-1, -2, -5)$
- E. $(1, -2, -5)$
- F. $(1, 2, -5)$

6. La droite $(x, y, z) = (1 + 11t, 2 + 5t, 13t)$ coupe le plan $x - 2y - 2z = 22$ au point P . Si la distance de l'origine à P est d , alors

- A. $d < 9$
- B. $9 \leq d < 11$
- C. $11 \leq d \leq 13$
- D. $13 < d \leq 16$
- E. $16 < d \leq 19$
- F. $19 < d$

7. Trouver l'aire du triangle dont les sommets sont les points $P(1, 1, 1)$, $Q(2, 3, -3)$ et $R(2, 1, 5)$.

A. $4\sqrt{2}$

B. $\sqrt{33}$

C. $3\sqrt{7}$

D. 8

E. 9

F. 10

8. Trouver l'angle entre les plans $x - z = 7$ et $y - z = 234$.

A. 0

B. $\pi/6$

C. $\pi/4$

D. $\pi/3$

E. $\pi/2$

F. $\pi/5$

9. Si $u = (3, 3, 3)$ et $v = (2, 1, 3)$, alors $\text{proj}_v u$ est égale à:

A. $\frac{9}{7}(2, 1, 3)$

B. $\frac{2}{3}(2, 1, 3)$

C. $2\sqrt{3}(2, 1, 3)$

D. $\frac{9}{7}(3, 3, 3)$

E. $\frac{2}{3}(3, 3, 3)$

F. $2\sqrt{3}(3, 3, 3)$

10. Trouver le volume du parallélépipède dont un sommet est à l'origine et les arêtes sont parallèles aux vecteurs $u = (1, -2, 3)$, $v = (1, 3, 1)$, $w = (2, 1, 2)$.

A. 5

B. 10

C. 15

D. 20

E. 25

F. 30

11. Si $z = (1 - i)^2$ et $w = 1 - 2i$, trouver le nombre complexe $|z\bar{w}|$.

- A. $4\sqrt{5}$
- B. 20
- C. $2\sqrt{5}$
- D. 10
- E. 40
- F. $\sqrt{5}$

12. Ecrire

$$\frac{3 + 3\sqrt{3}i}{-2 + 2i}$$

sous forme polaire.

- A. $\frac{3}{\sqrt{2}}(\cos(5\pi/12) + i \sin(5\pi/12))$
- B. $\frac{3}{\sqrt{2}}(\cos(5\pi/12) - i \sin(5\pi/12))$
- C. $3(\cos(5\pi/12) - i \sin(5\pi/12))$
- D. $\frac{3}{\sqrt{2}}(\cos(11\pi/12) - i \sin(11\pi/12))$
- E. $3(\cos(11\pi/12) + i \sin(11\pi/12))$
- F. $3(\cos(5\pi/12) + i \sin(5\pi/12))$