



Université d'Ottawa • University of Ottawa

Faculté des sciences
Mathématiques et de statistique

Faculty of Science
Mathematics and Statistics

**MAT 2722 A
CALCUL III
Examen Final
Automne 2013**

Professeur: Dr. A. Sebbar

Durée: 3 heures

Nom: _____

Numéro d'étudiant: _____

Instructions:

- Écrivez votre nom et votre numéro d'étudiant sur cette page.
- Vérifiez que votre copie d'examen contient 12 pages. Les deux dernières pages sont pour le brouillon.
- Il y a 9 questions dans cet examen.
- Vous devez répondre à toutes les questions.
- Écrivez vos réponses en bas de chaque question. Vous pouvez utiliser le verso des feuilles si nécessaire.
- **Les livres et les notes de cours ne sont pas autorisés.**
- **les calculatrices scientifiques de base non-graphiques et non-programmable sont autorisées.**

585, av. King-Edward
Ottawa (Ontario) K1N 6N5 Canada

585 King Edward Avenue
Ottawa, Ontario K1N 6N5 Canada

(613) 562-5864 • Téléc./Fax (613) 562-5776
Courriel/Email: uomaths@science.uottawa.ca

Question 1. (6 points)

Cherchez le maximum absolu et le minimum absolu de la fonction $f(x, y) = x^2 + y^2 + xy^2 + 2$ sur $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$.

Question 2. (5 points)

Calculez l'intégrale

$$\int_0^1 \int_{2y}^2 e^{x^2} dx dy.$$

Question 3. (6 points)

Soit E la région solide bornée par l'hémisphère $z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$ et le cône $z = \sqrt{x^2 + y^2}$.
En utilisant les coordonnées sphériques, calculez

$$\int \int \int_E (x^2 + y^2 + z^2) dV.$$

Question 4. (6 points)

Examinez si le champ vectoriel

$$\vec{F}(x, y, z) = (y^2 + z)\vec{i} + (2xy + z)\vec{j} + (x + y)\vec{k}$$

est conservatif. Si oui, trouvez le potentiel $f(x, y, z)$ tel que $\vec{F} = \vec{\nabla} f$.

Question 5. (6 points)

Soit $\vec{F}(x, y) = 4y\vec{i} + 9x\vec{j}$ et C le triangle de sommets $(0, 0)$, $(1, 0)$, $(0, 3)$ orienté positivement. Utilisez le théorème de Green pour évaluer

$$\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}.$$

Question 6. (7 points)

Trouvez le flux de $\vec{F}(x, y, z) = (-y, x, z)$ à travers la sphère $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ de deux façons:

- (a) Directement.
- (b) En utilisant le théorème de la divergence.

Question 7. (8 points)

On considère le champ vectoriel

$$\vec{F}(x, y, z) = (yz^4 + y)\vec{i} + (xz^4 + 3x)\vec{j} + 4xyz^3\vec{k},$$

et C le cercle $x^2 + y^2 = 4$ sur le plan $z = 0$ orienté positivement quand on le voit à partir du haut. Calculez

$$\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}.$$

- (a) Directement
- (b) En utilisant le théorème de Stokes.

Question 8. (8 points)

Trouver le flux de $\vec{F}(x, y, z) = xz \vec{i} + yz \vec{j} + x^2y^2z^4 \vec{k}$ à travers la surface $y = \sqrt{4 - x^2}$, $0 \leq z \leq 3$ (Moitié de cylindre située sur le demi-espace ($y \geq 0$)) orientée vers l'extérieur.

Question 9. (8 points)

Utilisez le théorème de la divergence pour calculer le flux $\int \int_S \vec{F} \cdot \vec{dS}$ où

$$\vec{F}(x, y, z) = x^2y \vec{i} + xy^2 \vec{j} + 2xyz \vec{k}$$

et S est la surface du tétraèdre formé par les plans $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, et $x + 2y + z = 2$.

Brouillon

Brouillon