Nom: corrigé Numéro d'étudiant:

CHM 2730 - **Examen partiel No.1** – 14 février 2013

Durée totale de l'examen: 1 heure et 15 minutes (11h30 à 12h45)

$\overline{}$ **25**

Instructions: Assurez-vous d'avoir **5** pages. Si vous écrivez au crayon à papier, aucune section de l'examen ne pourra être recorrigée. Les calculatrices programmables ne sont pas permises. Veuillez inclure les unités appropriées. Si vous avez besoin de davantage d'espace, vous pouvez écrire au dos des feuilles, mais veuillez l'indiquer clairement par une flèche en bas de la page. Montrez tous les détails des calculs pour obtenir la totalité des points.

Feuille de formules: Cet examen est à **livre fermé**. Vous n'êtes pas autorisés à apporter avec vous vos propres feuilles de formules, notes, livres etc. Plusieurs pages de formules vont maintenant être distribuées pour accompagner l'examen.

No.1. (4 points) Vrai ou faux. **Indiquez vos réponses dans les cases en bas de la page.**

(a) Si deux opérateurs ne commutent pas, leur commutateur est non-nul.

(b) L'énergie du point zéro est toujours zéro.

(c) La valeur moyenne d'un observable est toujours égale à une valeur propre de l'opérateur associé.

(d) Selon la théorie cinétique des gaz, à volume constant, la fréquence des collisions augmente quand la température augmente.

(e) La mécanique classique découle de la mécanique quantique dans la limite des grands nombres quantiques.

(f) Il y a 2 nœuds dans la fonction d'onde qui décrit l'état fondamentale d'une particule dans une boîte unidimensionelle.

(g) À température constante, la distribution de Maxwell des vitesses moléculaires est plus large pour des molécules plus lourdes que pour des molécules légères.

(h) Supposez que les vitesses d'un électron et d'un baseball sont connues avec la même précision. Alors, l'incertitude sur la position de l'électron est supérieure à celle du baseball.

(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	(g)	(h)
V	F	F	V	V	F	F	V

No.2. (3 points) La distribution de Maxwell, $f(v)$, décrit les vitesses des molécules gazeuses. Établir la formule pour la vitesse moyenne des molécules gazeuses.

Point de départ : $\bar{c} = \int_0^\infty v f(v) dv$

$$1\ \ \bar{c} = 4\pi \left(\frac{M}{2\pi RT}\right)^{3/2} \int_0^\infty v^3 \exp(-Mv^2/2RT)\, dv$$

$$1\ \ \bar{c} = 4\pi \left(\frac{M}{2\pi RT}\right)^{3/2} \left(\frac{2RT}{M}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$1\ \ \bar{c} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}$$

où nous avons utilisé l'intégrale $\int_0^\infty x^3 e^{-ax^2} dx = \frac{1}{2a^2}$

No.3. (3 points) Calculez le libre parcours moyen de molécules de dioxyde de carbone dans l'air en utilisant $\sigma = 0{,}592\ \text{nm}^2$ à 195,1°C et (a) 1,3 atm, (b) 11,0 bar, (c) 15,0 Torr.

$$\lambda = \frac{kT}{\sqrt{2}\,\sigma P} = \frac{(1{,}381\times10^{-23}\ \text{J K}^{-1})(195{,}1° + 273{,}15\ \text{K})}{\sqrt{2}\,(0.592\times(10^{-9}\text{m})^2)\,P} = \frac{8{,}6437\times10^{-3}\ \text{Pa m}}{P}$$

$$\text{(a)}\ \ \lambda = \frac{8{,}6437\times10^{-3}\ \text{Pa}\cdot\text{m}}{(1{,}3\ \text{atm})(1{,}013\times10^5\ \text{Pa atm}^{-1})} = 5{,}9\times10^{-8}\ \text{m}$$

$$\text{(b)}\ \ \lambda = \frac{8{,}6437\times10^{-3}\ \text{Pa m}}{(11{,}0\ \text{bar})(10^5\ \text{Pa bar}^{-1})} = 7{,}02\times10^{-9}\ \text{m}$$

$$\text{(c)}\ \ \lambda = \frac{8{,}6437\times10^{-3}\ \text{Pa.m}}{(15{,}0\ \text{Torr})\left(\frac{1{,}013\times10^5\ \text{Pa atm}^{-1}}{760\ \text{Torr atm}^{-1}}\right)} = 3{,}86\times10^{-6}\ \text{m}$$

No.4. **(4 points)** Considérez les opérateurs *d/dx* et d^2/dx^2. Est-ce que la fonction $\psi(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx}$ est une fonction propre de ces opérateurs? Si oui, quels sont les valeurs propres? Vous pouvez supposer que A, B, et k sont des nombres réels (des constantes). k n'est pas la constante de Boltzmann dans ce cas.

(a) $$\frac{d\psi}{dx} = ikAe^{ikx} - ikBe^{-ikx}$$

$$= ik\left(Ae^{ikx} - Be^{-ikx}\right)$$

$$\neq (\text{une constante})(\psi)$$

$\therefore$ ψ n'est pas une fonction propre de l'opérateur d/dx.

(b) $$\frac{d^2\psi}{dx^2} = (ik)^2 Ae^{ikx} + (-ik)^2 Be^{-ikx}$$

$$= -k^2\left(Ae^{ikx} + Be^{-ikx}\right)$$

$$= -k^2 \psi$$

$\therefore$ ψ est une fonction propre de $\frac{d^2}{dx^2}$ avec valeur propre $-k^2$.

No.5. **(6 points au total)** (a) **(3 points)** Les fonctions d'onde qui décrivent une particule dans une boîte unidimensionnelle sont présentées ci-dessous. Vérifiez que $\psi(x)$ est normalisée (ou non). **Montrez le détail du calcul pour obtenir tous les points.**

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}}\sin(n\pi x / L) \qquad n = 1,2,\cdots$$

$$\int_0^L \left(\sqrt{\frac{2}{L}}\right)^2 \sin^2\left(\frac{n\pi x}{L}\right) dx$$

$$= \frac{2}{L}\int_0^L \sin^2\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$$

$$= \frac{2}{L}\left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{4a}\sin\left(\frac{2n\pi x}{L}\right)\right)\Bigg|_0^L$$

$$= \frac{2}{L}\left(\frac{L}{2} - \frac{1}{4(\frac{n\pi}{L})}\sin(2\pi n) - 0\right)$$

toujours zéro

$$= \frac{2}{L}\cdot\frac{L}{2}$$

$$= 1$$ alors ψ est normalisée.

(b) **(3 points)** Quelle est la probabilité, P, de localiser un électron entre $x = 0$ et $x = 0{,}22$ nm dans son état d'énergie le plus bas dans une molécule conjuguée de longueur 1,00 nm?

$$P \propto |\psi|^2$$

$$\frac{2}{L}\int_0^x \psi^2 dx$$

$$= \frac{2}{L}\left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{4(\frac{n\pi}{L})}\sin\left(\frac{2n\pi x}{L}\right)\right)\Bigg|_0^{0,22}$$

$$= 2\left(\frac{1}{2}(0{,}22) - \frac{1}{4(\pi/1)}\sin\left(\frac{2\cdot 1\cdot \pi \cdot 0{,}22}{1}\right)\right)$$

$$= 6{,}4\,\%$$

No. 6. **(5 points au total)** Quelles sont les dégénérescences des quatre premiers niveaux d'énergie d'une particule dans un *cube* à trois dimensions? Montrez votre raisonnement pour obtenir tous les points.

$$E = (n_1^2 + n_2^2 + n_3^2)\left(\frac{h^2}{8mL^2}\right)$$

$$E \propto (n_1^2 + n_2^2 + n_3^2)$$

- état fondamentale : $n_1 = 1$, $n_2 = 1$, $n_3 = 1$
  dégenerescence = 1
- premier état excité :
- deuxième état excité :
- troisième état excité :

n_1	n_2	n_3	$(n_1^2+n_2^2+n_3^2)$	
1	1	2	6	3
1	2	1	6	
2	1	1	6	
1	2	2	9	3
2	2	1	9	
2	1	2	9	
1	1	3	11	3
1	3	1	11	
3	1	1	11	

dégénérescence de l'état de plus basse énergie :	1
dégénérescence du premier état excité :	3
dégénérescence du deuxième état excité :	3
dégénérescence du troisième état excité :	3

Bonus (0,5 points): Qui dit, « La considération de l'émission de particule par des trous noirs semblerait suggérer que Dieu non seulement joue aux dés mais aussi les lance parfois là où ils ne peuvent pas être vus » ?

Hawking