UNIVERSITÉ D'OTTAWA
DÉPT. DE MATHÉMATIQUES ET DE STATISTIQUES
ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES
ET MÉTHODES NUMÉRIQUES
MAT 2784 A – Examen de pratique pour le final

Professeur: Dr. Abdelkrim El basraoui

Nom:____

Numéro d'étudiant:______________________________

Instruction: (Lisez-les attentivement S.V.P.)

- Écrivez votre nom et numéro d'étudiant dans la première page.
- Vous avez 3 heures pour compléter cet examen.
- Cet examen **est un examen à livres fermés** qui comprend **8 questions** pour un total de 60 points.
- Aucun type de notes n'est permit.
- Seules les calculatrices de base sont permises; les calculatrices graphiques ou programmables sont interdites.
- **Ne pas détacher ce livret**.
- Vous avez une page supplémentaire à la fin pour vos brouillons.
- Bonne chance!

Question 1 (7 marks)
Solve the initial value problem:

$$(y^2 + y \sin x \cos y)\, dx + (xy + y \cos x \sin y)\, dy = 0, \qquad y(0) = \pi/2\,.$$

Question 2 (8 marks)
Solve the initial value problem:

$$y''' - 9y' = 54x - 9 - 20e^{2x}, \qquad y(0) = 8, \quad y'(0) = 5, \quad y''(0) = 38\,.$$

Question 3 (8 marks)
Solve the initial value problem:

$$x^2y'' - 4xy' + 6y = x^3, \qquad x > 0, \quad y(1) = 3, \quad y'(1) = 9\,.$$

Question 4 (8 marks)
Find the general solution of the nonhomogeneous system:

$$\begin{aligned} y_1' &= y_2 + 4 \\ y_2' &= -9y_1 + 6y_2 + 9x \end{aligned}$$

Question 5 (8 marks)
Find the following:

(a) $\mathcal{L}\{te^t \sin(2t)\}$

(b) $\mathcal{L}\{e^{-3t} * \sin(2t)\}$

(c) $\mathcal{L}\{u(t-1)\,(t^2+3t)\}$

(d) $\mathcal{L}^{-1}\left\{\dfrac{2s+5}{s^2+2s+10}\right\}$

Question 6 (7 marks)
Use the Laplace Transform to solve the initial value problem:

$$y'' + 4y' + 3y = \delta(t-3), \qquad y(0) = 4, \quad y'(0) = -6\,.$$

Question 7 (7 marks)

Use Gaussian Quadrature with 4 steps to approximate $\displaystyle\int_{-1}^{1} \frac{2}{1+x^2}\,dx$ to 6 decimal places.

Compare the approximation with the true value by calculating the simple error,
ie |true - approx| .

Question 8 (7 marks)
Use the Runge-Kutta Method of order 4 with $h = 0.2$ to calculate (to 4 decimal places) the first two steps (*ie* y_1 and y_2) of the numerical solution of $y' = 2xy\,,\; y(0) = 4\,.$ Compare the approximations with the true values by calculating the simple errors, *ie* $|\text{true - approx}|\,.$