

CHG 2712: Mécanique des Fluides

Révision des équations de bilans de masse et d'énergie

Université d'Ottawa / University of Ottawa

1 =

L'équation de bilan sur un système donné

$$\begin{aligned} \{\text{Ce qui s'accumule}\} = & \\ & \{\text{ce qui entre}\} - \{\text{ce qui sort}\} \\ & + \{\text{ce qui est généré}\} \\ & - \{\text{ce qui est consommé}\} \end{aligned}$$

Université d'Ottawa / University of Ottawa

2 =

Bilan de masse

- est aussi connu comme le principe de conservation de masse, ou l'équation de continuité.
- dans ce cours, les valeurs des termes de génération et de consommation sont égales à zéro.

Accumulation de masse à l'intérieur du système choisi = quantité de masse entrant – quantité de masse sortant

Taux d'accumulation de masse à l'intérieur du système choisi = débit massique entrant - débit massique sortant

$$\frac{dm_{cv}}{dt} = \dot{m}_{in} - \dot{m}_{out}$$

3

 Université d'Ottawa / University of Ottawa

Bilan de masse en régime permanent

- Implique qu'il n'y a pas de changement dans le temps.

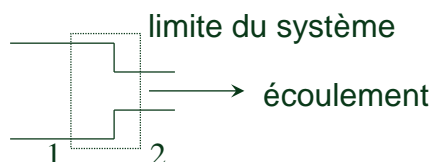
0 = débit massique entrant – débit massique sortant

4

 Université d'Ottawa / University of Ottawa

Bilan de masse en régime permanent

- Bilan de masse pour un écoulement unidimensionnel



$$\square 0 = \int_{\text{surface 1}} \rho V dA - \int_{\text{surface 2}} \rho V dA$$

- Si la vitesse et la masse volumique du fluide sont constantes à travers la section du tuyau (i.e. profils plats),

$$\rho_1 V_1 A_1 = \rho_2 V_2 A_2$$

5 =

 Université d'Ottawa / University of Ottawa

Bilan de masse en régime permanent

- Bilan de masse pour un écoulement unidimensionnel
 - vitesse moyenne

$$\text{Débit volumique} = Q = \frac{\text{débit massique}}{\text{masse volumique}} = \frac{\dot{m}}{\rho}$$

$$\text{Vitesse moyenne} = V_{\text{moyenne}} = \frac{Q}{A}$$

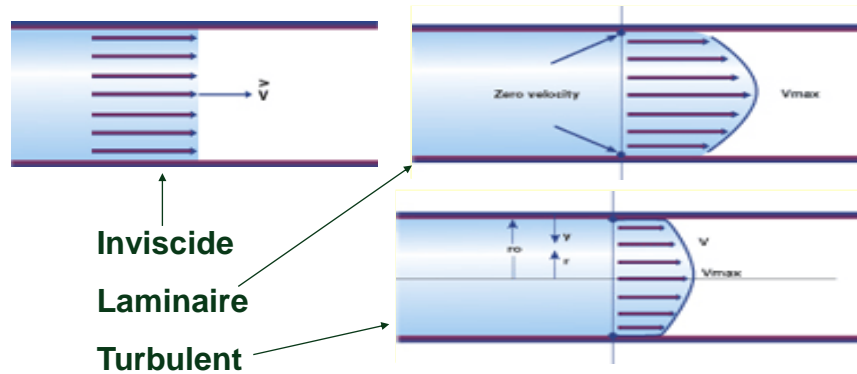
$$A_1 V_1 = A_2 V_2$$

6 =

 Université d'Ottawa / University of Ottawa

Bilan de masse en régime permanent

- Écoulement unidimensionnel



Université d'Ottawa / University of Ottawa

7

Bilan d'énergie

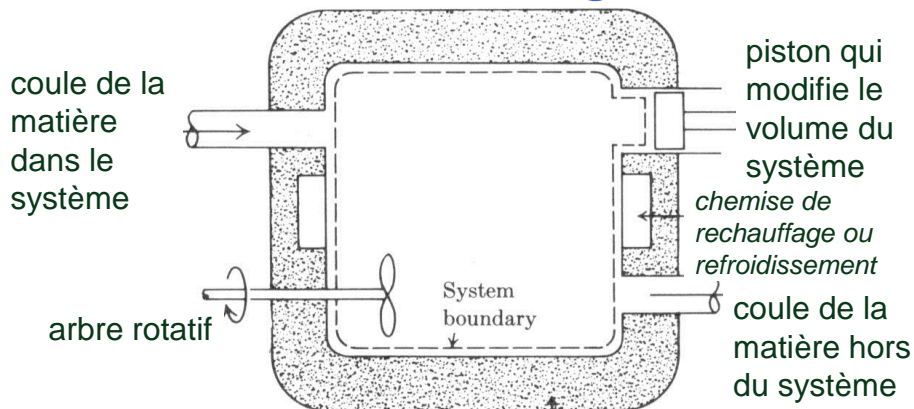
- Considérons seulement les énergies interne (U), cinétique (ke) et potentielle (pe).
- Il n'y a pas de génération ou consommation d'énergie.

$$\begin{aligned} \text{Accumulation} = \\ & \text{quantité d'énergie entrant} \\ & - \text{quantité d'énergie sortant} \end{aligned}$$

Université d'Ottawa / University of Ottawa

8

Bilan d'énergie



$$d[m(u + pe + ke)]_{\text{sys}} = (u + pe + ke)_{\text{entrée}} dm_{\text{entrée}} - (u + pe + ke)_{\text{sortie}} dm_{\text{sortie}} + dQ + dW$$

Bilan d'énergie

- **énergie potentielle**
 - système: une balle de 1 kg soulevé a une distance dz
 - isolé: $dQ = 0$
 - aucun flux de matière sort ou rentre: $dm_{\text{in}} = dm_{\text{out}} = 0$
 - pas de chaleur de friction: $du_{\text{sys}} = 0$
 - vitesse initiale et finale = 0 : $d(ke)_{\text{sys}} = 0$
 - travail sur le système: $dW = F dz = m_{\text{sys}} g dz$

$$m d(pe)_{\text{sys}} = (mg dz) \longrightarrow \boxed{pe = gz}$$

Bilan d'énergie

- **énergie cinétique**

- **Système:** une balle de 1 kg jeté horizontalement
- **Isolé:** $dQ = 0$
- **Aucun flux de matière sort ou rentre:** $dm_{in} = dm_{out} = 0$
- **Pas de chaleur de friction:** $du_{sys} = 0$
- **Pas de changement d'élévation**
- **Travail sur le système:** $dW = F dz = m_{sys} a_{sys} dz$

$$m d(u + pe + ke)_{sys} = dW$$

$$m d(ke)_{sys} = m a dx \quad \rightarrow$$

$$ke = \frac{V^2}{2}$$

11

Université d'Ottawa / University of Ottawa

Bilan d'énergie

$$d[m(u + pe + ke)]_{sys} = (u + pe + ke)_{in} dm_{in} - (u + pe + ke)_{out} dm_{out} + dQ + dW$$

$$dW = dW_{inj} + dW_{n.f.}$$

- **Travaux d'injection**

- **Le travail nécessaire pour faire une injection dm à travers la frontière de système**

$$dW_{inj} = F dx = P A dx = -P dV$$

$$dW_{inj} = + (Pv)_{in} dm_{in} - (Pv)_{out} dm_{out}$$

- **Pour un système ouvert:**

$$dW = (Pv)_{in} dm_{in} - (Pv)_{out} dm_{out} + dW_{n.f.}$$

12

Université d'Ottawa / University of Ottawa

Bilan d'énergie

Ici, comme le terme de chaleur dQ , le terme du travail dW est positif lorsque l'énergie est utilisée par le système, i.e. l'énergie entre dans le système. Notez que la convention du signe du travail est le contraire en CHG2717.

$$d \left[m \left(u + gz + \frac{V^2}{2} \right) \right]_{\text{sys}} = \left(u + Pv + gz + \frac{V^2}{2} \right)_{\text{entrée}} dm_{\text{entrée}} - \left(u + Pv + gz + \frac{V^2}{2} \right)_{\text{sortie}} dm_{\text{sortie}} + dQ + dW_{n.f.}$$

$$u + Pv = h$$

13

Université d'Ottawa / University of Ottawa

Bilan d'énergie pour un écoulement incompressible en régime permanent

$$\left(u + \frac{P}{\rho} + gz + \frac{V^2}{2} \right)_{\text{entrée}} - \left(u + \frac{P}{\rho} + gz + \frac{V^2}{2} \right)_{\text{sortie}} = -\frac{dW_{n.f.}}{dm} - \frac{dQ}{dm}$$

$$\Delta \left(\frac{P}{\rho} + gz + \frac{V^2}{2} \right) = \frac{dW_{n.f.}}{dm} - \left(\Delta u - \frac{dQ}{dm} \right)$$

14

Université d'Ottawa / University of Ottawa

Chaleur dégagée due à la friction

- Exemples dans les solides: freins à disques, scie.
- L'augmentation de température est moindre lors de l'écoulement d'un fluide:
 - La quantité de travail frictionnel par unité de masse est souvent moindre que dans les cas impliquant des solides.
 - La capacité calorifique d'un liquide est généralement plus élevée que celle d'un solide.

15

Université d'Ottawa / University of Ottawa

Chaleur dégagée due à la friction

- Pour les matériaux de masse volumique constante:

$$\Delta u = \frac{\text{chaleur de friction}}{lb_m} + \frac{dQ}{dm}$$

$$\Delta u - \frac{dQ}{dm} = F$$

- La chaleur de friction par unité de masse (F) est un nombre positif pour tout écoulement réel.

16

Université d'Ottawa / University of Ottawa

Écoulement incompressible vs. fluide incompressible.

- Tous les fluides sont compressibles, mais pour caractériser l'écoulement certains peuvent être considérés comme étant incompressible, i.e. variation de masse volumique négligeable.
- L'écoulement en régime permanent des liquides et de plusieurs gaz peut être considéré comme étant incompressible.

17

Université d'Ottawa / University of Ottawa

Équation de Bernoulli

- Connue sous l'appellation de: *bilan d'énergie mécanique*.

$$\Delta \left(\frac{P}{\rho} + gz + \frac{V^2}{2} \right) = \frac{dW_{n.f.}}{dm} - \left(\Delta u - \frac{dQ}{dm} \right)$$

$$\Delta \left(\frac{P}{\rho} + gz + \frac{V^2}{2} \right) = \frac{dW_{n.f.}}{dm} - \mathbf{F}$$

- F est positif pour les flux réels

18

Université d'Ottawa / University of Ottawa

Vitesse d'écoulement nulle (fluide statique)

$$\Delta \left(\frac{P}{\rho} + gz \right) = 0$$

$$\frac{1}{\rho} \Delta P = -g \Delta z$$

$$\lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{\Delta P}{\Delta z} = \frac{dP}{dz} = -\rho g$$

19

Université d'Ottawa / University of Ottawa

Sommaire

- L'équation de Bernoulli est un bilan d'énergie effectué sur un écoulement incompressible en régime permanent.
- Pour des fluides de masse volumique constante, la fonction $\Delta U - dQ/dm$ est la chaleur de friction par unité de masse.
- L'équation de Bernoulli peut être appliquée avec une erreur négligeable aux écoulements en régime permanent pour des liquides et pour des gaz à basses vitesses, i.e. écoulement incompressible.

20

Université d'Ottawa / University of Ottawa