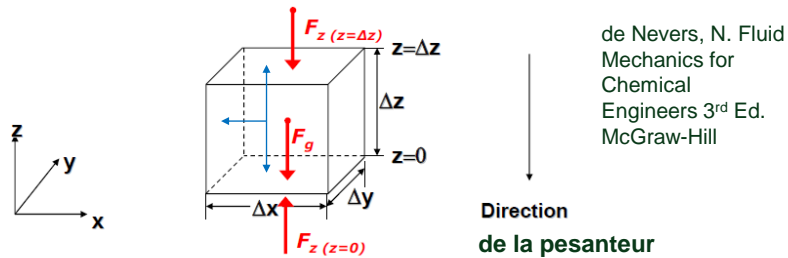


CHG 2712: Mécanique des Fluides

Statique des Fluides

Statique des Fluides

- Pour un fluide au repos, la pression est équivalente dans toutes les directions.
- Il n'y a pas de forces de cisaillement.
- La somme des forces actives sur le fluide dans toutes directions est zéro.



Statique des Fluides

- Somme des forces dans la direction de l'axe z:

$$(P_{z=0})(\Delta x \Delta y) - (P_{z=\Delta z})(\Delta x \Delta y) - \rho g (\Delta x \Delta y \Delta z) = 0$$

divisez par $(\Delta x \Delta y \Delta z)$ et reformulez:

$$\frac{P_{z=\Delta z} - P_{z=0}}{\Delta z} = -\rho g \quad \lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{\Delta P}{\Delta z} = \frac{dP}{dz} = -\rho g$$

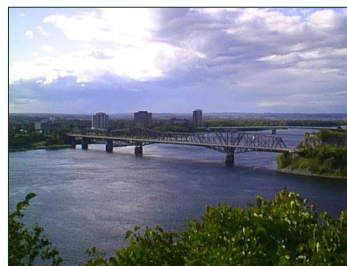
C'est l'équation barométrique ou équation hydrostatique.

C'applique aux liquides newtonian, et non-newtonian, mais pas les liquides de Bingham.

Les changements dans les axes x-y ne touchent pas le résultat.

Variation de la pression avec la profondeur

$$\int dP = -\int \rho g dz$$



- Lorsque la masse volumique du fluide est constante
- Il est une bonne supposition pour de nombreux cas, à proximité de la surface de la Terre, et pour les liquides.

$$P_2 - P_1 = -\rho g (z_2 - z_1)$$

Variation de la pression avec la profondeur

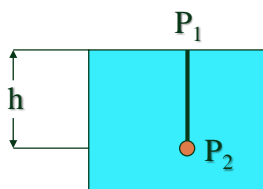
- Des problèmes impliquant une surface libre, pression gauge, et masse volumique constante

$$P_{1,gauge} = 0 \quad P_{1,absolute} = 1 atm$$

$$h = z_{surface_libre} - z$$

$$P_{2,gauge} = \rho gh$$

$$P_{2,absolute} = \rho gh + 1 atm$$



5

Variation de la pression avec la profondeur

- La masse volumique d'un gaz change rapidement avec changements de la pression.
- Il faut donc retourner à l'équation hydrostatique et substituer la masse volumique par la loi des gaz parfaits:

$$\rho = \frac{PM}{RT} \quad \frac{dP}{dz} = -\frac{PM}{RT} g$$

- Équation hydrostatique pour un gaz parfait et isotherme

$$P_2 = P_1 \exp\left(\frac{-gM\Delta z}{RT}\right)$$

6

Force due à la pression sur une surface

$$dF = PdA$$

$$F = \int PdA$$

- Surface *horizontale* ($\Delta z = 0$) exposée aux fluides statiques:

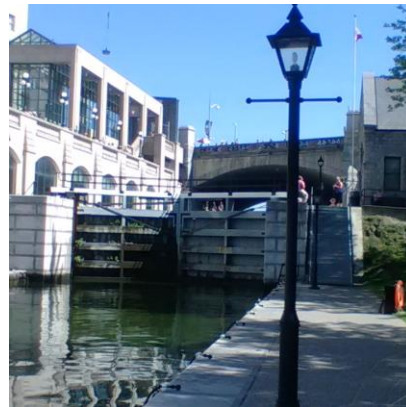
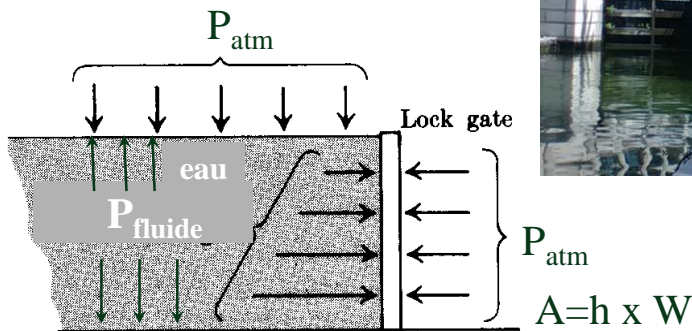
$$F = PA$$

- Surface *verticale* exposée aux fluides statiques:
 - La pression varie. Il faut donc utiliser l'expression de force sous forme d'intégrale.

Force due à la pression sur une surface

- Exemple 2.8:

La force de l'eau contre la porte = ?



de Nevers, N. Fluid Mechanics for Chemical Engineers 3rd Ed. McGraw-Hill

Force due à la pression sur une surface

- Force de l'eau est une fonction de profondeur:

$$F_{eau} = \int P dA = \int (P_{atm} + \rho g h) dA \quad A = hW$$

$$F_{eau} = \int (P_{atm} + \rho g h) d(hW)$$

$$F_{eau} = P_{atm}(hW) + \rho g W (h) dh$$

$$F_{eau} = P_{atm} hW + \rho g W \frac{h^2}{2} \Big|_{0m}^{10m}$$

Force due à la pression sur une surface

- Force net à l'axe x contre la tur:

$$F_x = F_{eau} - F_{aire}$$

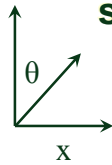
$$F_x = P_{atm}(hW) \frac{N \cdot m \cdot m}{m^2 \cdot 2} + \rho g W \frac{h^2}{2} \Big|_{0m}^{10m} \frac{kg \cdot m \cdot m \cdot m^2}{m^3 \cdot s^2} - P_{atm}(hW)$$

$$F_x = \rho g W \frac{h^2}{2} \Big|_{0m}^{10m} \frac{kg \cdot m}{s^2}$$

$$F_x = 998.2 \frac{kg}{m^3} \left(9.8 \frac{m}{s^2} \right) (20m) \frac{(10-0)^2 (m^2)}{2} = 9.80 \times 10^6 N$$

Force due à la pression sur une surface

- Pour les surfaces courbées ou inclinées, il est habituellement pratique de connaître les composantes x et y de la force de pression sur la surface:



$$dF_x = (\text{composante - } x \text{ de } dF) = \sin \theta \cdot dF$$

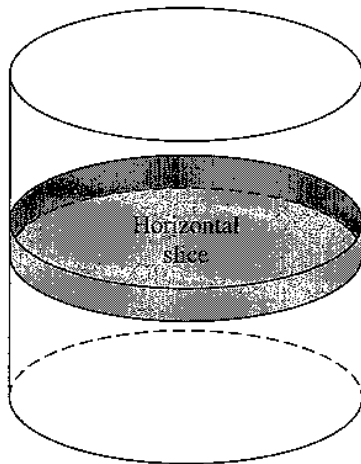
$$= \sin \theta \cdot P dA$$

$$dF_y = (\text{composante - } y \text{ de } dF) = -\cos \theta \cdot dF$$

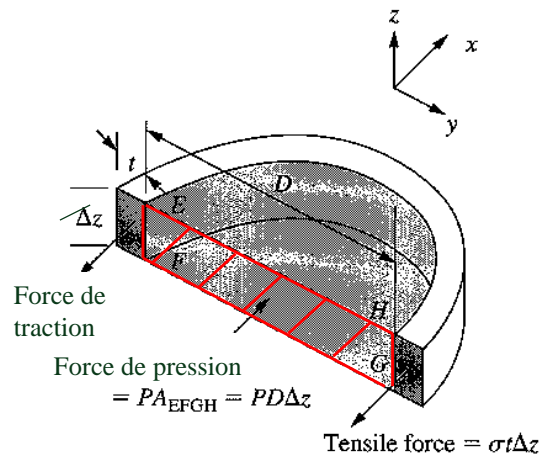
$$= -\cos \theta \cdot P dA$$

Force due à la pression sur une surface

Cuve cylindrique



(a)



(b)

de Nevers, N. Fluid Mechanics for Chemical Engineers 3rd Ed. McGraw-Hill

Force due à la pression sur une surface

- réservoirs cylindriques

$$P \cdot D \cdot \Delta Z = 2 \sigma_{tensile} \cdot \Delta Z \cdot t$$

$$t = \frac{P D}{2 \sigma_{tensile}}$$

- réservoirs sphériques

$$P \cdot \frac{\pi}{4} D^2 = \sigma_{tensile} \cdot \pi \cdot D \cdot t$$

$$t = \frac{P D}{4 \sigma_{tensile}}$$

13

Université d'Ottawa / University of Ottawa

Flottabilité

- Le principe Archimède:**
La poussée d'Archimède (force de flottabilité) d'un objet est égale et opposée au poids du fluide qu'elle déplace.



$$F_{flottabilité} = \sum m_{fluide} g = \sum \rho_{fluide} V_{fluide} g$$

- Information sur les sous-marins:**

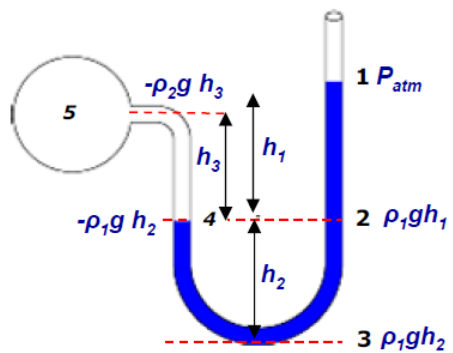
[Http://www.heiszwolf.com/subs/tech/tech01.html](http://www.heiszwolf.com/subs/tech/tech01.html)

14

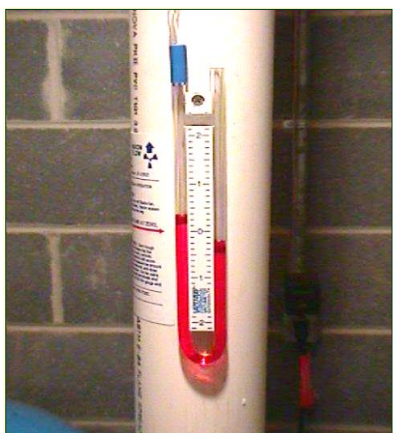
Université d'Ottawa / University of Ottawa

Mesure de la pression

- Exemple de *manomètre*.

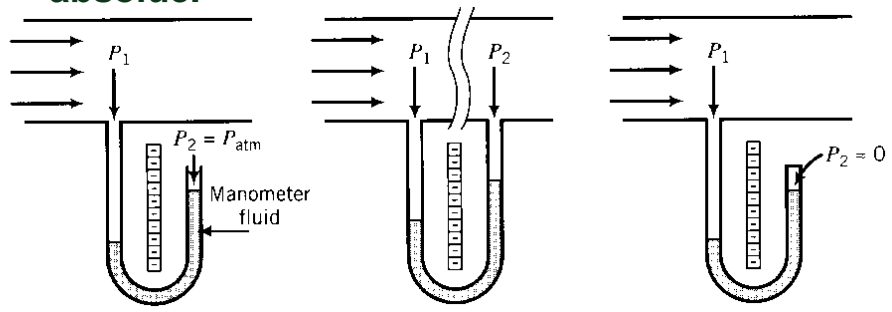


de Nevers, N. Fluid Mechanics for Chemical Engineers 3rd Ed. McGraw-Hill



Mesure de la pression

- Un manomètre peut être construit pour mesurer la pression gauge, différentielle et absolue.



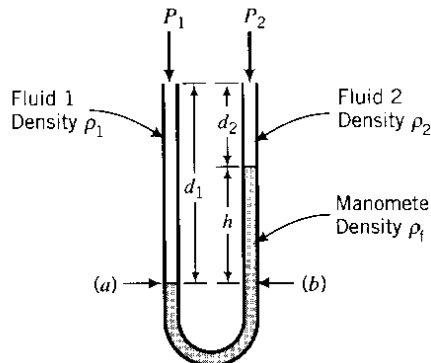
Pression gauge

Pression différentielle

Pression absolue

Mesure de la pression

- Pour mesurer une différence de pression, il est nécessaire de corriger pour la pression exercée par l'autre fluide. Il suffit de suivre la variation de la pression hydrostatique d'un point à l'autre.



$$P_1 + \rho_1 g d_1 - \rho_f g h - \rho_2 g d_2 = P_2$$

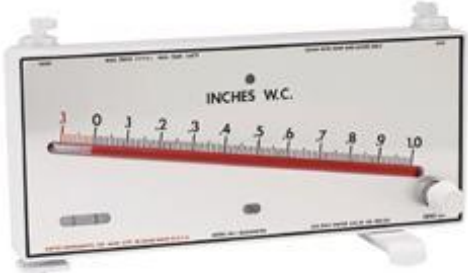
$$P_1 - P_2 = \rho_f g h + \rho_2 g d_2 - \rho_1 g d_1$$

**Manomètre différentiel
(même type de fluide
aux points 1 et 2)**

$$P_1 - P_2 = (\rho_f - \rho) g h$$

Mesure de la pression

- Afin d'augmenter la précision des lectures de basses pressions, on peut employer un fluide de faible masse volumique et un indicateur de pression incliné ou courbé.



Source: <http://www.cgindustrial.com/98-31p.htm>

Mesure de la pression

- Les manomètres sont encore utilisés en industrie.
- Les manomètres ne peuvent pas mesurer un changement (fluctuation) rapide de pression. Le temps de réponse est lent.
- Les piézomètres de quartz fonctionnent grâce aux changements des propriétés électriques du quartz lors de changements de pression qui .