

Introduction à l'Algèbre linéaire (MAT1741 A)
TEST DIAGNOSTIQUE PRATIQUE (15 Septembre 2012)
Professeur: Joseph Khoury Durée: 80 minutes

Nom de famille: _____

Prénom: _____

Numéro d'étudiant: _____

Aucune note n'est permise.
Les calculatrices ne sont pas permises.

Ce test diagnostique comporte 12 questions et 9 pages. Toutes les questions sont à choix multiples et valent chacune 1 point sur les 12 points que compte le test. Incrire à l'ENCRE dans les cases ci-dessous les LETTRES correspondant aux réponses à ces questions.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Vous pouvez utiliser le verso des pages et la feuille additionnelle à la fin pour vos calculs. Un tableau des fonctions trigonométriques de base se trouve à la dernière page de ce test. Bonne chance.

1. Le point du plan $x - y + z = 2$ le plus proche du point $A(1, 1, -1)$ est:

A. $(2, 1, 1)$

B. $(2, 0, 0)$

C. $(0, -2, 0)$

D. $(2, -1, -1)$

E. $(0, 0, 2)$

F. $(-2, 1, 5)$

2. La forme polaire du nombre complexe:

$$\frac{3 - 3\sqrt{3}i}{2 + 2i}$$

est:

A. Aucune des autres réponses

B. $\frac{2}{\sqrt{2}}e^{-i\frac{\pi}{12}}$

C. $\frac{\sqrt{2}}{2}e^{i\frac{7\pi}{12}}$

D. $\frac{\sqrt{2}}{2}e^{i\frac{\pi}{12}}$

E. $\frac{3\sqrt{2}}{2}e^{-i\frac{7\pi}{12}}$

F. $\frac{2}{\sqrt{2}}e^{i\frac{5\pi}{12}}$

3. L'équation du plan passant par le point $A(2, 2, -1)$ et qui contient la droite L donnée par les équations paramétriques:

$$x = 2t - 1, \quad y = -t + 1, \quad z = 3t + 2, \quad t \in \mathbb{R}$$

est:

A. $3y + z = 5$

B. $3x + z = 5$

C. $x + y - z = 5$

D. $x - 3y = -4$

E. $x - 3z = 5$

F. $x + 3z = -1$

4. Considérer les vecteurs $\vec{u} = (1, m, -2)$, $\vec{v} = (1, 1, 0)$, $\vec{z} = (1, m, -m)$ et $\vec{w} = (-1, 0, m)$ où $m \in \mathbb{R}$. Pour quelle(s) valeur(s) de m , les vecteurs $\vec{u} \times \vec{v}$ et $\vec{z} \times \vec{w}$ sont-ils perpendiculaires?

A. $m = 1, m = -2$

B. $m = 0, m = -1$

C. $m = 3$ seulement

D. $m = -3, m = 4$

E. $m = -1$ seulement

F. $m = 3, m = -4$

5. Considérer les deux vecteurs $\vec{u} = (1, 0, 1)$ et $\vec{v} = (1, -1, 0)$ de \mathbb{R}^3 . Si on écrit le vecteur \vec{u} sous la forme $\vec{u} = \vec{u}_1 + \vec{u}_2$ avec \vec{u}_1 parallèle à \vec{v} et \vec{u}_2 perpendiculaire à \vec{v} , alors $\vec{u}_2 =$

A. $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1)$

B. $(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, 1)$

C. $(1, 1, 1)$

D. $(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, 1)$

E. $(-\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}, 1)$

F. $(-1, 1, -1)$

6. Considérer les deux points $B(3, -1, 0)$ et $C(2, 2, -3)$ de \mathbb{R}^3 . Soit A le point d'intersection de la droite L définie par les équations paramétriques:

$$x = -2s + 1, \quad y = s + 1, \quad z = 3s; \quad s \in \mathbb{R}$$

avec le plan $x + 2y + z = 0$. Trouver l'aire du triangle ABC .

A. $\frac{2}{\sqrt{46}}$

B. $\frac{\sqrt{46}}{2}$

C. $\sqrt{46}$

D. $\frac{1}{\sqrt{46}}$

E. $4\sqrt{46}$

F. $2\sqrt{46}$

7. Les équations paramétriques de la droite d'intersection des plans $x - y + 2z = 1$ et $3x - z = -1$ sont:

- A. $x = t + 1, y = -7t + 8, z = 3t + 4; t \in \mathbb{R}$
- B. $x = t + 1, y = 8, z = -3t + 4; t \in \mathbb{R}$
- C. $x = -t + 1, y = 7t + 8, z = 3t + 4; t \in \mathbb{R}$
- D. $x = t + 1, y = 7t + 8, z = 3t + 4; t \in \mathbb{R}$
- E. $x = 1, y = -7t + 8, z = -3t + 4; t \in \mathbb{R}$
- F. $x = t + 1, y = 7t + 8, z = -3t + 4; t \in \mathbb{R}$

8. L'équation du plan passant par les deux points $A(2, 1, -1)$ et $B(3, 2, 1)$ et qui est parallèle à l'axe des y est:

- | | | |
|-----------------|---------------------|---------------------|
| A. $2x + z = 5$ | B. $2y - z - 5 = 0$ | C. $x - y - 4z = 5$ |
| D. $2x + y = 5$ | E. $2x - z - 5 = 0$ | F. $2y - z - 5 = 0$ |

9. Considérer les deux droites suivantes données par leurs équations paramétriques:

$$L_1 : x = u + 1, y = -3u - 1, z = 2u, \quad u \in \mathbb{R}$$

$$L_2 : x = -2v + 1, y = 6v + 1, z = 4v + 6, \quad v \in \mathbb{R}.$$

Parmi les énoncés suivants un seul est vrai, lequel?

- A. L_1 et L_2 sont parallèles
- B. L_1 et L_2 ne sont pas coplanaires
- C. L_1 et L_2 sont perpendiculaires
- D. L_1 et L_2 se coupent au point $(3, -4, 2)$
- E. L_1 et L_2 se coupent au point $(3, 4, 2)$
- F. L_1 et L_2 se coupent au point $(-3, -4, 2)$

10. Le volume du parallélépipède ayant un sommet à l'origine et dont les trois autres sommets sont $A(1, -2, 3)$, $B(1, 3, 1)$ et $C(2, 1, 2)$ est

- A. 5 B. 30 C. 20 D. 25 E. 15 F. 10

11. La partie réelle du nombre complexe

$$z = \frac{i(2+i)}{(1+i)(2-3i)}$$

est:

- A. $-\frac{5}{26}$ B. $\frac{9}{26}$ C. $-\frac{7}{26}$ D. $\frac{5}{26}$ E. $-\frac{9}{26}$ F. $\frac{7}{26}$

12. Le point de la droite

$$x = t - 1, \quad y = -2t, \quad z = 3t - 2, \quad t \in \mathbb{R}$$

le plus proche du point $A(-1, 0, 2)$ est:

- A. $(-\frac{1}{7}, \frac{12}{7}, \frac{4}{7})$ B. $(\frac{1}{7}, -\frac{12}{7}, \frac{4}{7})$
C. $(\frac{1}{7}, \frac{12}{7}, \frac{4}{7})$ D. $(-\frac{1}{7}, -\frac{12}{7}, \frac{4}{7})$
E. Aucune des autres réponses F. $(-\frac{1}{7}, -\frac{12}{7}, -\frac{4}{7})$