Nom: No d'étudiant: Jeudi le 22 novembre 2012

PHY 1521 Corrigé du test no. 2

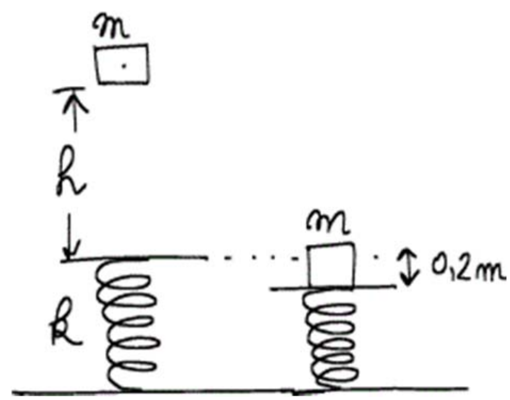
Q1. (5 points) Je pousse une caisse de 50 kg sur la glace à une vitesse de 2 m/s. Si le coefficient de friction dynamique $\mu_c = 0.2$, quelle est la puissance que je dois fournir ?

Vitesse constante $\Rightarrow$ Force totale $= 0$

ou $F = f_c = \mu_c mg$
$= 0{,}2 \times 50 \times 9{,}8$
$= 98\,N$

Puissance fournie pour maintenir une vitesse constante $P = \vec{F} \cdot \vec{v}$
$= 98 \times 2 = 196\,W$

Q2. (10 points) On laisse tomber une masse de 0,5 kg d'une hauteur *h* au-dessus d'une plateforme soutenue par un ressort de constante de rappel *k* = 120 N/m. On observe qu'après l'impact le ressort se comprime de *x* = 0,2 m (avant de revenir à une nouvelle position d'équilibre). Quelle est cette hauteur *h* d'où on a laissé tomber la masse? (La masse de la plateforme est négligeable. *Indice :* ceci se résout élégamment à l'aide de la conservation de l'énergie mécanique.)



Conservation de l'énergie mécanique

$E = U + K = \text{const}$

$K = 0$ dans l'état initial et final

Il y a perte d'énergie potentielle gravitationnelle
$= mg(h + 0{,}2)$

mais gain d'énergie potentielle du ressort $= \frac{1}{2} k x^2$

$\Rightarrow mg(h + 0{,}2) = \frac{1}{2} k x^2$

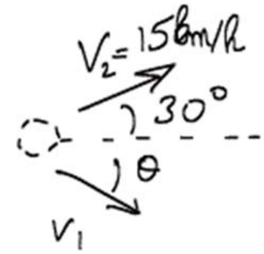
$h + 0{,}2 = \frac{1}{2} \times 120 \times (0{,}2)^2 / 0{,}5 \times 9{,}8$

$= 0{,}49\,m \rightarrow h = 0{,}29\,m$

Q3. (10 points) Une voiture de 1500 kg arrivant de l'ouest frappe à une vitesse de 20 km/h une voiture de 1000 kg au repos. La voiture de 1000 kg se voit projeter à une vitesse de 15 km/h vers le nord-est (30^o au-dessus de l'est). Dans quelle direction et à quelle vitesse se déplace la première voiture après la collision ?

$m_1 = 1500 kg$ $\quad$ $m_2 = 1000 kg$

$u_1 = 20 km/h = 5,56 m/s$ $\quad$ $u_2 = 0$



Conservation de la quantité de mouvement

direction ouest-est (dir x) $\quad m_1 u_1 = m_1 V_{1x} + m_2 V_{2x} \quad (1)$

nord-sud (dir. y) $\quad 0 = m_1 V_{1y} + m_2 V_{2y} \quad (2)$

On sait que $V_{2x} = 15 \cos 30° = 12,99 km/h = 3,61 m/s$

$V_{2y} = 15 \sin 30° = 7,5 km/h = 2,08 m/s$

$(1) \Rightarrow V_{1x} = u_1 - \frac{m_2}{m_1} V_{2x} = 20 - \frac{1000}{1500} \times 12,99 = 11,34 km/h = 3.15 m/s$

$V_{1y} = -\frac{m_2}{m_1} V_{2y} = -\frac{1000}{1500} \times 7,5 = -5 km/h = -1,39 m/s$

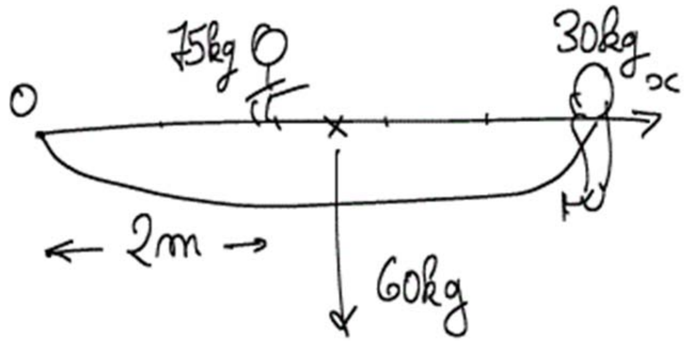
$V_1 = \sqrt{V_{1x}^2 + V_{1y}^2} = \sqrt{153,6} = 12,39 km/h = 3.44 m/s$

$\tan\theta = +\frac{V_{1y}}{V_{1x}} = \frac{-5}{11,34} = -0,44$ $\Longrightarrow$ direction $23.79°$ au sud de la direction ouest

$\theta = -23,79°$

N.B. Il n'est pas nécessaire de convertir les vitesses en m/s dans ce problème. Je l'ai fait uniquement pour que vous puissiez comparer ces données avec vos réponses.

Q4. (5 points) Où est le centre de masse d'un bateau de 5m de long et de masse 60 kg, avec un passager de 75 kg assis à 2m de l'avant et un moteur de 30 kg attaché à l'arrière. On supposera que le centre de masse du bateau seul est en son milieu. Donner votre réponse par rapport à l'avant du bateau.



$$x_{cm} = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i} = \frac{75 \times 2 + 60 \times 2{,}5 + 30 \times 5}{75 + 60 + 30} = 2{,}73\,m$$

Q5. (10 points) Un seau d'eau de masse m = 2kg descend au fond d'un puits attaché à une corde enroulée autour d'un treuil de rayon r = 4cm. Quelle est l'accélération du seau si le treuil est soumis à un moment de force de friction τ_f = 0,15Nm? (Le treuil peut être considéré comme un cylindre plein de masse M = 3kg.)

Appliquons la 2ème loi

(1) au seau $ma = mg - T$

(2) au treuil $I\alpha = Tr - \tau_f$

$I\frac{a}{r} = Tr - \tau_f \rightarrow \frac{I}{r^2}a = T - \tau_f/r$

Additionnons les 2 équations $\left(m + \frac{I}{r^2}\right)a = mg - \tau_f/r$

Comme $I = \frac{1}{2}Mr^2$. on a $a = \frac{mg - \tau_f/r}{m + \frac{1}{2}M}$

$= \frac{2 \times 9{,}8 - 0.15/0.04}{2 + \frac{1}{2} \times 3}$

$a = 4{,}53\,m/s^2$

Formules

Pour a_x = const. , $v_x = v_{x0} + a_x t$, $x = x_0 + v_{x0}t + ½a_x t^2$, $v_x^2 - v_{x0}^2 = 2\, a_x\, \Delta x$

Portée $P = v_0^2 \sin 2\theta_0/g$,

$a_r = v^2/r$, $T = 2\pi/\omega$, $v = \omega r$; $x' = x - vt$, $y'=y$, $z'=z$, $t'=t$

$\sum \vec{F} = m\vec{a}$, $\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$, $f_s^{max} = \mu_s N$, $f_c = \mu_c N$,

$\Delta W = \vec{F} \cdot \overrightarrow{\Delta r}$, $K = ½\, mv^2$, $U = mgh$, $U = -\frac{GMm}{r}$, $U = \frac{1}{2}kx^2$

$U_B + K_B = U_A + K_A + W_{nc} + W_{ext}$

$P = dW/dt$, $P = \vec{F} \cdot \vec{v}$, $1hp = 746W$,

$\vec{P} = m\vec{v}$, $\overrightarrow{F}\Delta t = \Delta\overrightarrow{p}$,

systèmes: $\vec{F}_{ext}\Delta t = \Delta\vec{P}_{total} = M\Delta\vec{v}_{CM}$, $\vec{r}_{CM} = \sum m_i \vec{r}_i / M$,

$K = K_{CM} + K_{rel} = ½\, Mv_{CM}^2 + K_{rel}$, $K_{rot} = ½\, I\, \omega^2$,

$I = \sum m_i r_i^2$, *cylindre (ou disque)*: $I = ½\, MR^2$ *(plein)*, $I = MR^2$ *(creux)*;

tige: $I = \frac{1}{3}MR^2$ *(bout)* , $I = \frac{1}{12}MR^2$ *(CM)*;

sphère : $I = \frac{2}{5}MR^2$ *(pleine)*, $I = \frac{2}{3}MR^2$ *(creuse)*

$s = r\,\Delta\theta$, $v_t = r\,\omega$, $a_t = r\,\alpha$,

pour α=const., $\omega = \omega_0 + \alpha t$, $\theta = \theta_0 + \omega_0 t + ½\, \alpha t^2$, $\omega^2 = \omega_0^2 + 2\,\alpha(\theta - \theta_0)$

$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$, $\tau = rF_\perp = r_\perp F = rF\sin\theta$, $\sum \tau = I\alpha$,

$dW = \tau\Delta\theta$, $P = \tau\omega$,