11.44 Deux automobiles A et B s'approchent l'une de l'autre dans des voies adjacentes d'une autoroute. À $t = 0$, A et B sont éloignées l'une de l'autre de 1 km, leurs vitesses sont $v_A = 108$ km/h et $v_B = 63$ km/h et elles sont respectivement aux points P et Q. Sachant que A arrive au point Q 40 s après l'instant auquel B y était et que B passe au point P 42 s après l'instant auquel A y était, calculez :

a) l'accélération uniforme de A et l'accélération uniforme de B ;
b) l'instant auquel les véhicules se croisent ;
c) la vitesse de B à cet instant-là.

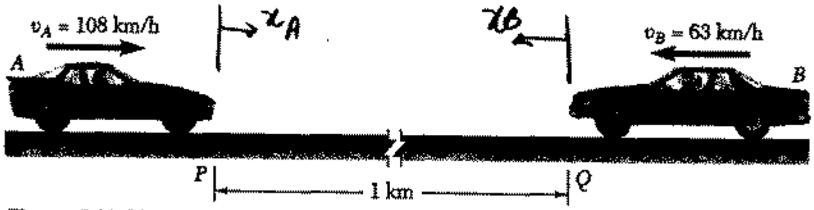


Figure P11.44

a) $x_A = \cancel{(x_A)_0}^{\,0} + (v_A)_0 t + \dfrac{a_A t^2}{2}$ $\qquad (v_A)_0 = 108 \dfrac{km}{h} = 30 \dfrac{m}{s}$

À $t = 40$ sec : $1000\ m = 30(40) + a_A(40)^2/2$ $\qquad \boxed{a_A = -0.25\ m/s^2}$

$x_B = (x_B)_0 + (v_B)_0 t + \dfrac{a_B t^2}{2}$ $\qquad (v_B)_0 = 63 \dfrac{km}{h} = 17.5 \dfrac{m}{s}$

À $t = 42$ sec : $1000\ m = 17.5(42) + a_B(42)^2/2$ $\qquad \boxed{a_B = 0.30\ m/s^2}$

b) Lorsque les 2 véhicules se croisent, $x_A + x_B = 1000$ m

$\therefore \left(30t - \dfrac{0.25t^2}{2} + 17.5t + \dfrac{0.30t^2}{2}\right) = 1000$

$0.025t^2 + 47.5t - 1000 = 0$

Les racines sont : $t = 20.82$ et $t = -1921$ sec

$t > 0 \Rightarrow \boxed{t = 20.82\ sec}$

c) $v_B = (v_B)_0 + a_B t$

$= 17.5 + 0.3(20.82)$

$\boxed{\begin{aligned} v_B &= 23.75\ m/s \\ &= 85.5\ km/h \end{aligned}}$

11.53 Le bloc coulissant B se déplace vers la droite à une vitesse constante de 300 mm/s. Déterminez:

a) la vitesse du bloc coulissant A;
b) la vitesse de la partie C du câble;
c) la vitesse de la partie D du câble;
d) la vitesse relative de la partie C du câble par rapport au bloc coulissant A.

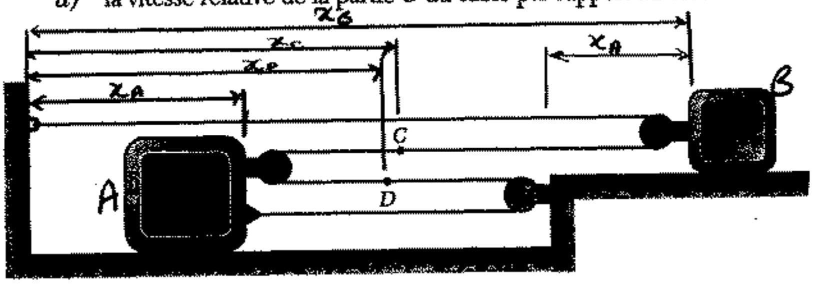


Figure P11.53 - P11.54

À partir du diagramme: $x_B + (x_B - x_A) - 2x_A = \text{CONSTANTE}$
ou $2x_B - 3x_A = \text{constante}$

$$2\frac{dx_B}{dt} - 3\frac{dx_A}{dt} = \frac{d}{dt}(\text{constante})$$

$$2v_B - 3v_A = 0 \quad \text{—} (1)$$

$$\text{et } 2a_B - 3a_A = 0 \quad \text{—} (2)$$

a) De (1): $2(300) - 3v_A = 0$ $\boxed{v_A = 200\text{ mm/s} \rightarrow}$

b) Du diagramme: $x_B + (x_B - x_C) = \text{CONSTANTE}$
$\therefore 2v_B - v_C = 0$

$v_C = 2v_B$ $\boxed{v_C = 600\text{ mm/s} \rightarrow}$

c) Du diagramme: $(x_C - x_A) + (x_D - x_A) = \text{CONSTANTE}$
$\therefore v_C + v_D - 2v_A = 0$

$v_D = 2v_A - v_C$ $\boxed{v_D = 200\text{ mm/s} \leftarrow}$

d) $v_{C/A} = v_C - v_A$ $\boxed{v_{C/A} = 400\text{ mm/s} \rightarrow}$

$= 600 - 200$
$= 400$

11.98 Trois enfants se lancent des boules de neige. L'enfant A lance une boule selon un vecteur vitesse horizontal $\mathbf{v}_0$. Elle passe juste au-dessus de la tête de l'enfant B et atteint l'enfant C. Calculez :

a) la valeur de v_0 ;

b) la distance d.

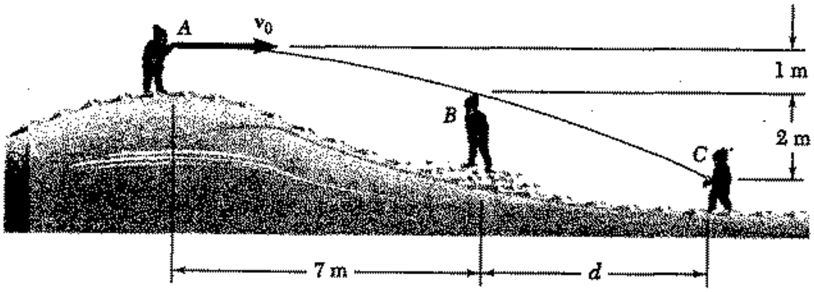
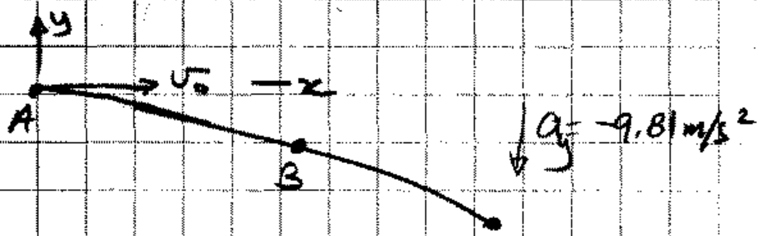


Figure P11.98



a) <u>En y</u>

$$y = \cancel{y_0}^{\,0} + \cancel{(v_y)_0}^{\,0} t + \frac{1}{2} a_y t^2$$

à B : $$-1\ m = \frac{-9.81}{2} t_B^2 \qquad t_B = 0.452\ sec$$

<u>En x</u>

$$x = \cancel{x_0}^{\,0} + (v_x)_0 t + \cancel{\frac{1}{2} a_x t^2}^{\,0}$$

à B : $$7\ m = (v_x)_0 t = (v_x)_0 (0.452)$$

$$(v_x)_0 = 15.50\ m/s \qquad \boxed{v_0 = 15.5\ m/s}$$

b) <u>En y</u>

$$-3\ m = \frac{-9.81}{2} t_C^2 \qquad t_C = 0.782\ sec$$

<u>En x</u>

$$7 + d = 15.50\ (0.782)$$

$$\boxed{d = 5.12\ m}$$

11.101 Un joueur de volley-ball sert la balle avec un vecteur vitesse initiale $\mathbf{v}_0$ d'une grandeur de 13,40 m/s et à un angle de 20° avec l'horizontale. Déterminez :

a) si la balle passera au-dessus du filet ;
b) à quelle distance du filet la balle atterrira.

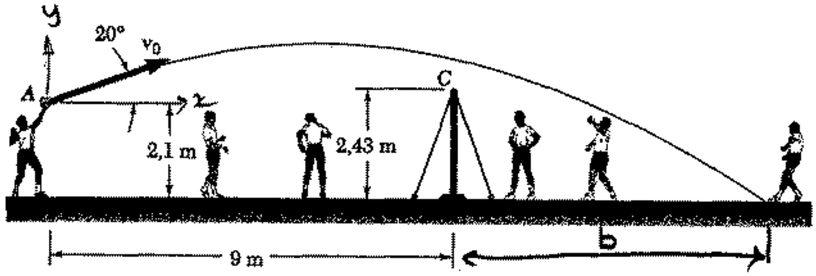


Figure P11.101

$(v_x)_0 = 13{,}40 \cos 20° = 12.59$ m/s
$(v_y)_0 = 13{,}40 \sin 20° = 4.58$ m/s

a) En x (mouvement sans accélération) $a_x = 0$

$x = \cancel{x_0}^{0} + (v_x)_0 t$
à C : $9\text{m} = 12.59\, t_C$ $\qquad t = 0.715$ sec

En y (mouvement uniformément accéléré) $a_y = -9.81$ m/s²

$y = y_0 + (v_y)_0 t + a_y t^2/2$

à C : $y_C = 2.1 + (4.58)(0.715) + (-9.81)(0.715)^2/2 = 2.86$ m

$y_C > 2{,}43$ m $\Rightarrow$ BALLE PASSERA AU-DESSUS DU FILET.

b) à B : $y = 0$ $\quad \therefore \quad 0 = 2.1 + 4.58\, t_B - 9.81\, t_B^2/2$

Les racines sont $t = 1.271$ sec et $t = -0.337$ sec

En x : $9 + b = 12.59(1.271)$

$b = 7.01$ m

La balle atterrira 7.01 m du filet.

11.103 Un golfeur frappe une balle de golf avec une vitesse initiale de 50 m/s et à un angle de 25° avec l'horizontale. Sachant que les parties du parcours où l'herbe est entretenue descendent à un angle moyen de 5°, calculez la distance d entre le golfeur et le point B où la balle atterrit.

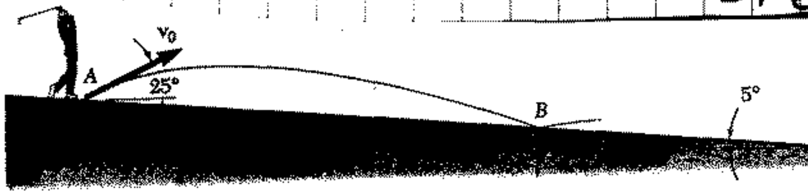
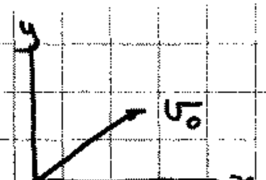


Figure P11.103



$(v_x)_0 = 50\cos 25° = 45.3\ m/s$

$(v_y)_0 = 50\sin 25° = 21.1\ m/s$

au point B: $x_B = d\cos 5°$

$y_B = -d\sin 5°$

En x (mouvement uniform $\rightarrow a_x = 0$)

$x = \cancel{x_0}^{0} + (v_x)_0 t$

à B: $x_B = d\cos 5° = 45.3\, t_B \qquad t_B = d \cdot \dfrac{\cos 5°}{45.3}$

En y (mouvement uniformément acceléré $\rightarrow a_y = -9.81\ m/s^2$)

$y = \cancel{y_0}^{0} + (v_y)_0 t + a_y t^2/2$

à B: $y_B = -d\sin 5° = 21.1\, t_B - 9.81\, t_B^2/2$

Sub pour t_B: $-d\sin 5° = 21.1\, \dfrac{d\cos 5°}{45.3} - \dfrac{9.81}{2}\left(\dfrac{d\cos 5°}{45.3}\right)^2$

% par d: $-\sin 5° = 0.464 - 2{,}3721 \times 10^{-3}\, d$

$$\boxed{d = 232\ m}$$

11.110 Une balle tombe au point A d'une marche et rebondit avec un vecteur vitesse $\mathbf{v}_0$ à un angle de 15° avec la verticale. Calculez v_0 sachant que, juste avant que la balle rebondisse au point B, son vecteur vitesse $\mathbf{v}_B$ formait un angle de 12° avec la verticale.

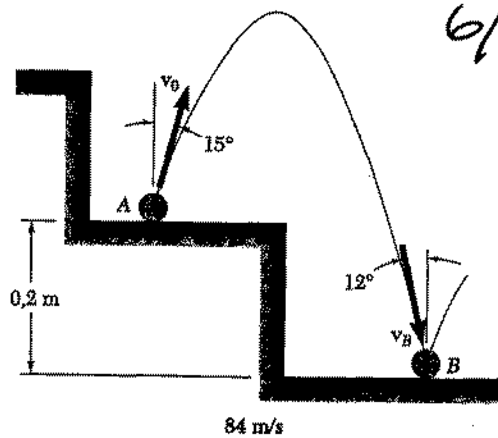
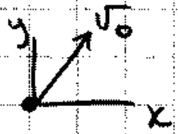


Figure P11.110

$(v_x)_0 = v_0 \sin 15°$

$(v_y)_0 = v_0 \cos 15°$



<u>En x</u> $(a_x = 0)$

$v_x = (v_x)_0 = v_0 \sin 15°$

<u>En y</u> $(a_y = -9.81\ m/s^2)$

$v_y = (v_y)_0 + a_y t$ et $y = \cancel{y_0}^{0} + (v_y)_0 t + a_y t^2/2$

$v_y = v_0 \cos 15° - 9.81 t$ $\quad y = v_0 \cos 15° t - 4.905 t^2$

Au point B: $v_y < 0$ (vers le bas)

$$\therefore \tan 12° = \frac{v_{xB}}{-v_{yB}} = \frac{v_0 \sin 15°}{-(v_0 \cos 15° - 9.81 t_B)}$$

$$\tan 12° \,(9.81 t_B - v_0 \cos 15°) = v_0 \sin 15°$$

$$t_B = \frac{v_0}{9.81}\left(\frac{\sin 15°}{\tan 12°} + \cos 15°\right) = 0.2226\, v_0$$

et au point B: $y_B = -0.2\ m$

$$\therefore -0.2 = v_0 \cos 15° \,(0.2226\, v_0) - 4.905\,(0.2226\, v_0)^2$$

$$-0.2 = v_0^2\,(-0.0280)$$

$$\boxed{v_0 = 2.67\ m/s}$$