

MAT 2779
Examen Partiel

22 octobre 2014
Durée : 80 minutes

Professeur Gilles Lamothe

d'étudiant: _____

Nom : _____ Prénom: _____

C'est un examen à livre fermé. Une feuille de formules et le tableau pour la loi normale centrée et réduite sont incluses avec l'examen. Seule une calculatrice non-programmable et non-graphique est permise. Notez votre choix de réponse pour chaque question dans le tableau ci-dessous.

| Question | Réponse |
|----------|---------|
| 1 | |
| 2 | |
| 3 | |
| 4 | |
| 5 | |
| 6 | |
| 7 | |
| 8 | |
| 9 | |
| 10 | |
| 11 | |
| 12 | |

N.B. : À la fin de l'examen, remettre seulement cette page. Vous pouvez garder le questionnaire.

1. Le riz IR8 (aussi appelé le riz miraculeux) est un riz génétiquement modifié qui a été introduit en Asie en 1960 et a marqué le début de la Révolution verte. Depuis son invention, plus de 400 variétés de riz améliorées ont été créées par l'Institut international de recherche sur le riz (IIRR). Le nanisme et des rendements élevés sont deux caractéristiques désirables d'un plant de riz. Supposons que les deux traits sont récessifs. Considérez le croisement de deux plantes qui ne donnent pas des rendements élevés, mais sont hétérozygotes pour ce caractère. Supposons que l'une des plantes est un nain, et l'autre est une plante de taille normale qui est hétérozygote pour ce caractère. Quelle est la probabilité qu'une plante de la prochaine génération est une plante naine avec des rendements élevés?

- A) 0 B) $1/2$ C) $1/4$ D) $1/8$ E) $1/16$

2. Les entérocoques sont des bactéries qui causent des infections du sang chez les patients hospitalisés. Un antibiotique utilisé pour combattre les entérocoques est la vancomycine. Une étude a révélé qu'au Canada, les bactéries entérocoques sont résistantes à la vancomycine pour 22% de tous les patients hospitalisés qui ont ce genre d'infection. Considérons un échantillon aléatoire de trois patients avec des infections du sang causées par les bactéries entérocoques. Supposons que les trois patients sont traités avec la vancomycine. Quelle est la probabilité que les bactéries entérocoques sont résistantes à la vancomycine pour au moins un des trois patients?

- A) 0,041 B) 0,476 C) 0,062 D) 0,525 E) 0,224

3. Les vaccins sont des moyens efficaces pour aider le corps humain à développer une immunité contre les bactéries ou les virus. Certains vaccins sont produits en utilisant des bactéries ou des virus vivants, qui ont été modifiés de sorte qu'ils ne peuvent pas provoquer la maladie. Soit x le nombre de bactéries (en milliers) trouvés dans un patient trois jours après avoir été inoculé par un vaccin contenant ces bactéries. Les valeurs observées de x pour $n = 7$ patients sont ci-bas :

121; 147; 315; 125; 134; 305; 157.

Déterminer la médiane et la distance interquartile de cet échantillon.

- A) médiane=125; distance interquartile=158.
B) médiane=125; distance interquartile=101,5.
C) médiane= 186,3; distance interquartile=180.
D) médiane= 147; distance interquartile=180.
E) médiane= 147; distance interquartile=100.
4. La couleur des yeux d'un membre d'un groupe de 1770 hommes allemands est soit bleu ou brun, et la couleur des cheveux est soit blond ou brun. Dans ce groupe, il y a 320 hommes qui ont les cheveux bruns et les yeux bruns, et il y a 250 hommes qui ont les cheveux bruns et les yeux bleus. En outre, 400 ont les cheveux blonds et les yeux bruns. Quelle est la probabilité qu'un membre choisi au hasard de ce groupe a les cheveux blonds et les yeux bleus?
- A) 0,5 B) 0,169 C) 0,226 D) 0,452 E) 0,1
5. Les données ci-dessous donne le niveau de cholestérol dans le sang (en grammes par litre) de cinq femmes choisies au hasard :

3,0 1,8 2,1 2,7 1,4

Calculer la moyenne de l'échantillon et la variance de l'échantillon.

- A) La moyenne est 2,1; la variance est 0,475.
B) La moyenne est 2,1; la variance est 6,475.
C) La moyenne est 2,2; la variance est 0,425.
D) La moyenne est 2,2; la variance est 0,34.
E) La moyenne est 2,0; la variance est 0,275.

6. Il y a eu 15 donneurs ce matin à une clinique de la Société canadienne du sang. Voici la distribution de leur groupe sanguin.

| Groupe sanguin | O | A | B | AB |
|----------------|---|---|---|----|
| # de donneurs | 8 | 3 | 3 | 1 |

Nous sélectionnons au hasard deux donneurs sans remise parmi ces 15 donneurs. Quelle est la probabilité que nous sélectionnions exactement un donneur du groupe O.

- A) 0,2667 B) 0,2489 C) 0,5333 D) 0,4978 E) 0,7156

7. Le glaucome est une maladie de l'œil qui se manifeste par une pression intraoculaire élevée. Supposons que pour la population générale, la pression intraoculaire suit approximativement une loi normale de moyenne 16 mm Hg et d'écart type de 3 mm Hg. Une pression intraoculaire comprise entre 12 mm Hg et 20 mm Hg est considérée normale. Quelle proportion de la population générale a une pression intraoculaire normale?

- A) 0,8164 B) 0,0918 C) 0,9082 D) 0,1426 E) 0,2875

8. Des études récentes suggèrent qu'il existe un lien entre l'utilisation de rince-bouche contenant de l'alcool (comme Listerine) et le cancer de la bouche. Les données de plusieurs bureaux de dentiste indiquent que 33% des patients atteints du cancer de la bouche ont utilisé Listerine régulièrement pendant plus de 5 ans, alors que parmi les patients qui n'ont pas le cancer de la bouche, 27 % ont utilisé Listerine régulièrement pendant plus de 5 ans. Il est estimé qu'environ 5% de la population générale a un cancer de la bouche. Quelle est la probabilité que le patient va développer un cancer de la bouche, étant donné qu'il ou elle a utilisé Listerine régulièrement pendant plus de 5 ans?

- A) 0,05 B) 0,10 C) 0,06 D) 0,01 E) 0,07

12. La myopie est devenue plus répandue au cours des dernières années, surtout chez les enfants. Bien que la cause de la myopie est inconnue, de nombreux ophtalmologistes pensent que c'est lié à la fatigue des yeux causée par l'utilisation de l'ordinateur couplée avec une prédisposition génétique. Soit X est le nombre de dioptries de myopie d'un enfant de 2 à 16 ans avec la myopie. (Nous enregistrons la valeur avec la forme la plus grave de la myopie entre l'œil gauche et l'œil droit. Par exemple, pour un enfant avec -1,25 à l'œil gauche et -2,50 à l'œil droit, sa valeur de X est -2,5.) En utilisant des données à partir d'un vaste réseau de bureaux d'optométriste spécialisés dans les soins pédiatriques, nous obtenons le tableau de fréquence relative pour les valeurs de X :

| x | inférieure à -6,00 | $[-6,00; -4,00[$ | $[-4,00; -2,00[$ | $[-2,00; 0,00[$ |
|--------------------|--------------------|------------------|------------------|-----------------|
| fréquence relative | 3% | 7% | 36% | 54% |

Une valeur inférieure à -6,00 est dite une forte myopie. On cueille au hasard un échantillon de 10 enfants atteints de myopie, quelle est la probabilité qu'au moins deux d'entre eux ont une forte myopie?

- A) 0,0016 B) 0,2626 C) 0,0642 D) 0,1316 E) 0,0345

MAT 2779, Introduction à la biostatistique

Feuille de formules

- Règle d'addition : $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

- Probabilité conditionnelle de A sachant B :

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

- Formule des probabilités totales : $P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap B') = P(A|B)P(B) + P(A|B')P(B')$

- Formule de Bayes :

$$P(B|A) = \frac{P(A|B)P(B)}{P(A|B)P(B) + P(A|B')P(B')}$$

- Tests diagnostics :

$$\text{taux des faux-positifs} = P(\text{Test} + | \text{Vrai} -)$$

$$\text{taux des faux-négatifs} = P(\text{Test} - | \text{Vrai} +)$$

$$\text{spécificité} = P(\text{Test} - | \text{Vrai} -)$$

$$\text{sensibilité} = P(\text{Test} + | \text{Vrai} +)$$

$$\text{valeur prédictive positive} = P(\text{Vrai} + | \text{Test} +)$$

$$\text{valeur prédictive négative} = P(\text{Vrai} - | \text{Test} -)$$

- Les événements A et B sont indépendants si $P(A \cap B) = P(A)P(B)$

- Valeur espérée d'une variable aléatoire discrète X :

$$\mu = E(X) = \sum_x x f(x), \quad \text{où } f(x) = P(X = x)$$

- Variance d'une variable aléatoire discrète X :

$$\sigma^2 = \text{Var}(X) = \sum_x (x - \mu)^2 f(x) = \left(\sum_x x^2 f(x) \right) - \mu^2, \quad \text{où } f(x) = P(X = x)$$

- Fonction de répartition d'une variable aléatoire X : $F(x) = P(X \leq x)$
- Si X suit une loi binomiale de n épreuves et probabilité p du succès, alors

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}, k = 0, 1, 2, \dots, n.$$

- Centrer et réduire : Si X suit une loi normale de moyenne μ et de variance σ^2 , alors

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \text{ suit une loi normale centrée et réduite}$$

- Moyenne de l'échantillon des valeurs x_1, \dots, x_n : $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$
- Variance de l'échantillon des valeurs x_1, \dots, x_n :

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \frac{(\sum_{i=1}^n x_i^2) - n\bar{x}^2}{n-1} = \frac{(\sum_{i=1}^n x_i^2) - (\sum_{i=1}^n x_i)^2/n}{n-1}$$

- Pour calculer les centiles, on ordonne les données x_1, x_2, \dots, x_n en ordre croissant :

$$y_1 \leq y_2 \leq \dots \leq y_n$$

On calcul :

$$\text{rang du } k\text{ième centile} = (n+1)k\% = r + a/b,$$

où r est la partie entière et a/b est la partie fractionnelle.

Alors le k ième centile est

$$k\text{ième centile} = (1 - a/b)y_r + (a/b)y_{r+1}.$$

Fonction de répartition pour $N(0, 1) : \Phi(z) = P(Z \leq z)$

| 0,09 | 0,08 | 0,07 | 0,06 | 0,05 | 0,04 | 0,03 | 0,02 | 0,01 | 0,00 | z |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------|
| ,0001 | ,0001 | ,0001 | ,0001 | ,0001 | ,0001 | ,0001 | ,0001 | ,0001 | ,0001 | -3,8 |
| ,0001 | ,0001 | ,0001 | ,0001 | ,0001 | ,0001 | ,0001 | ,0001 | ,0001 | ,0001 | -3,7 |
| ,0001 | ,0001 | ,0001 | ,0001 | ,0001 | ,0001 | ,0001 | ,0001 | ,0002 | ,0002 | -3,6 |
| ,0002 | ,0002 | ,0002 | ,0002 | ,0002 | ,0002 | ,0002 | ,0002 | ,0002 | ,0002 | -3,5 |
| ,0002 | ,0003 | ,0003 | ,0003 | ,0003 | ,0003 | ,0003 | ,0003 | ,0003 | ,0003 | -3,4 |
| ,0003 | ,0004 | ,0004 | ,0004 | ,0004 | ,0004 | ,0004 | ,0005 | ,0005 | ,0005 | -3,3 |
| ,0005 | ,0005 | ,0005 | ,0006 | ,0006 | ,0006 | ,0006 | ,0006 | ,0007 | ,0007 | -3,2 |
| ,0007 | ,0007 | ,0008 | ,0008 | ,0008 | ,0008 | ,0009 | ,0009 | ,0009 | ,0010 | -3,1 |
| ,0010 | ,0010 | ,0011 | ,0011 | ,0011 | ,0012 | ,0012 | ,0013 | ,0013 | ,0013 | -3,0 |
| ,0014 | ,0014 | ,0015 | ,0015 | ,0016 | ,0016 | ,0017 | ,0018 | ,0018 | ,0019 | -2,9 |
| ,0019 | ,0020 | ,0021 | ,0021 | ,0022 | ,0023 | ,0023 | ,0024 | ,0025 | ,0026 | -2,8 |
| ,0026 | ,0027 | ,0028 | ,0029 | ,0030 | ,0031 | ,0032 | ,0033 | ,0034 | ,0035 | -2,7 |
| ,0036 | ,0037 | ,0038 | ,0039 | ,0040 | ,0041 | ,0043 | ,0044 | ,0045 | ,0047 | -2,6 |
| ,0048 | ,0049 | ,0051 | ,0052 | ,0054 | ,0055 | ,0057 | ,0059 | ,0060 | ,0062 | -2,5 |
| ,0064 | ,0066 | ,0068 | ,0069 | ,0071 | ,0073 | ,0075 | ,0078 | ,0080 | ,0082 | -2,4 |
| ,0084 | ,0087 | ,0089 | ,0091 | ,0094 | ,0096 | ,0099 | ,0102 | ,0104 | ,0107 | -2,3 |
| ,0110 | ,0113 | ,0116 | ,0119 | ,0122 | ,0125 | ,0129 | ,0132 | ,0136 | ,0139 | -2,2 |
| ,0143 | ,0146 | ,0150 | ,0154 | ,0158 | ,0162 | ,0166 | ,0170 | ,0174 | ,0179 | -2,1 |
| ,0183 | ,0188 | ,0192 | ,0197 | ,0202 | ,0207 | ,0212 | ,0217 | ,0222 | ,0228 | -2,0 |
| ,0233 | ,0239 | ,0244 | ,0250 | ,0256 | ,0262 | ,0268 | ,0274 | ,0281 | ,0287 | -1,9 |
| ,0294 | ,0301 | ,0307 | ,0314 | ,0322 | ,0329 | ,0336 | ,0344 | ,0351 | ,0359 | -1,8 |
| ,0367 | ,0375 | ,0384 | ,0392 | ,0401 | ,0409 | ,0418 | ,0427 | ,0436 | ,0446 | -1,7 |
| ,0455 | ,0465 | ,0475 | ,0485 | ,0495 | ,0505 | ,0516 | ,0526 | ,0537 | ,0548 | -1,6 |
| ,0559 | ,0571 | ,0582 | ,0594 | ,0606 | ,0618 | ,0630 | ,0643 | ,0655 | ,0668 | -1,5 |
| ,0681 | ,0694 | ,0708 | ,0721 | ,0735 | ,0749 | ,0764 | ,0778 | ,0793 | ,0808 | -1,4 |
| ,0823 | ,0838 | ,0853 | ,0869 | ,0885 | ,0901 | ,0918 | ,0934 | ,0951 | ,0968 | -1,3 |
| ,0985 | ,1003 | ,1020 | ,1038 | ,1056 | ,1075 | ,1093 | ,1112 | ,1131 | ,1151 | -1,2 |
| ,1170 | ,1190 | ,1210 | ,1230 | ,1251 | ,1271 | ,1292 | ,1314 | ,1335 | ,1357 | -1,1 |
| ,1379 | ,1401 | ,1423 | ,1446 | ,1469 | ,1492 | ,1515 | ,1539 | ,1562 | ,1587 | -1,0 |
| ,1611 | ,1635 | ,1660 | ,1685 | ,1711 | ,1736 | ,1762 | ,1788 | ,1814 | ,1841 | -0,9 |
| ,1867 | ,1894 | ,1922 | ,1949 | ,1977 | ,2005 | ,2033 | ,2061 | ,2090 | ,2119 | -0,8 |
| ,2148 | ,2177 | ,2206 | ,2236 | ,2266 | ,2296 | ,2327 | ,2358 | ,2389 | ,242 | -0,7 |
| ,2451 | ,2483 | ,2514 | ,2546 | ,2578 | ,2611 | ,2643 | ,2676 | ,2709 | ,2743 | -0,6 |
| ,2776 | ,2810 | ,2843 | ,2877 | ,2912 | ,2946 | ,2981 | ,3015 | ,3050 | ,3085 | -0,5 |
| ,3121 | ,3156 | ,3192 | ,3228 | ,3264 | ,3300 | ,3336 | ,3372 | ,3409 | ,3446 | -0,4 |
| ,3483 | ,3520 | ,3557 | ,3594 | ,3632 | ,3669 | ,3707 | ,3745 | ,3783 | ,3821 | -0,3 |
| ,3859 | ,3897 | ,3936 | ,3974 | ,4013 | ,4052 | ,4090 | ,4129 | ,4168 | ,4207 | -0,2 |
| ,4247 | ,4286 | ,4325 | ,4364 | ,4404 | ,4443 | ,4483 | ,4522 | ,4562 | ,4602 | -0,1 |
| ,4641 | ,4681 | ,4721 | ,4761 | ,4801 | ,4840 | ,4880 | ,4920 | ,4960 | ,5000 | -0,0 |

Fonction de répartition de $N(0, 1)$: $\Phi(z) = P(Z \leq z)$

| z | 0,00 | 0,01 | 0,02 | 0,03 | 0,04 | 0,05 | 0,06 | 0,07 | 0,08 | 0,09 |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 0,0 | ,5000 | ,5040 | ,5080 | ,5120 | ,5160 | ,5199 | ,5239 | ,5279 | ,5319 | ,5359 |
| 0,1 | ,5398 | ,5438 | ,5478 | ,5517 | ,5557 | ,5596 | ,5636 | ,5675 | ,5714 | ,5753 |
| 0,2 | ,5793 | ,5832 | ,5871 | ,5910 | ,5948 | ,5987 | ,6026 | ,6064 | ,6103 | ,6141 |
| 0,3 | ,6179 | ,6217 | ,6255 | ,6293 | ,6331 | ,6368 | ,6406 | ,6443 | ,6480 | ,6517 |
| 0,4 | ,6554 | ,6591 | ,6628 | ,6664 | ,6700 | ,6736 | ,6772 | ,6808 | ,6844 | ,6879 |
| 0,5 | ,6915 | ,6950 | ,6985 | ,7019 | ,7054 | ,7088 | ,7123 | ,7157 | ,7190 | ,7224 |
| 0,6 | ,7257 | ,7291 | ,7324 | ,7357 | ,7389 | ,7422 | ,7454 | ,7486 | ,7517 | ,7549 |
| 0,7 | ,7580 | ,7611 | ,7642 | ,7673 | ,7704 | ,7734 | ,7764 | ,7794 | ,7823 | ,7852 |
| 0,8 | ,7881 | ,7910 | ,7939 | ,7967 | ,7995 | ,8023 | ,8051 | ,8078 | ,8106 | ,8133 |
| 0,9 | ,8159 | ,8186 | ,8212 | ,8238 | ,8264 | ,8289 | ,8315 | ,8340 | ,8365 | ,8389 |
| 1,0 | ,8413 | ,8438 | ,8461 | ,8485 | ,8508 | ,8531 | ,8554 | ,8577 | ,8599 | ,8621 |
| 1,1 | ,8643 | ,8665 | ,8686 | ,8708 | ,8729 | ,8749 | ,8770 | ,8790 | ,8810 | ,8830 |
| 1,2 | ,8849 | ,8869 | ,8888 | ,8907 | ,8925 | ,8944 | ,8962 | ,8980 | ,8997 | ,9015 |
| 1,3 | ,9032 | ,9049 | ,9066 | ,9082 | ,9099 | ,9115 | ,9131 | ,9147 | ,9162 | ,9177 |
| 1,4 | ,9192 | ,9207 | ,9222 | ,9236 | ,9251 | ,9265 | ,9279 | ,9292 | ,9306 | ,9319 |
| 1,5 | ,9332 | ,9345 | ,9357 | ,9370 | ,9382 | ,9394 | ,9406 | ,9418 | ,9429 | ,9441 |
| 1,6 | ,9452 | ,9463 | ,9474 | ,9484 | ,9495 | ,9505 | ,9515 | ,9525 | ,9535 | ,9545 |
| 1,7 | ,9554 | ,9564 | ,9573 | ,9582 | ,9591 | ,9599 | ,9608 | ,9616 | ,9625 | ,9633 |
| 1,8 | ,9641 | ,9649 | ,9656 | ,9664 | ,9671 | ,9678 | ,9686 | ,9693 | ,9699 | ,9706 |
| 1,9 | ,9713 | ,9719 | ,9726 | ,9732 | ,9738 | ,9744 | ,9750 | ,9756 | ,9761 | ,9767 |
| 2,0 | ,9772 | ,9778 | ,9783 | ,9788 | ,9793 | ,9798 | ,9803 | ,9808 | ,9812 | ,9817 |
| 2,1 | ,9821 | ,9826 | ,9830 | ,9834 | ,9838 | ,9842 | ,9846 | ,9850 | ,9854 | ,9857 |
| 2,2 | ,9861 | ,9864 | ,9868 | ,9871 | ,9875 | ,9878 | ,9881 | ,9884 | ,9887 | ,9890 |
| 2,3 | ,9893 | ,9896 | ,9898 | ,9901 | ,9904 | ,9906 | ,9909 | ,9911 | ,9913 | ,9916 |
| 2,4 | ,9918 | ,9920 | ,9922 | ,9925 | ,9927 | ,9929 | ,9931 | ,9932 | ,9934 | ,9936 |
| 2,5 | ,9938 | ,9940 | ,9941 | ,9943 | ,9945 | ,9946 | ,9948 | ,9949 | ,9951 | ,9952 |
| 2,6 | ,9953 | ,9955 | ,9956 | ,9957 | ,9959 | ,9960 | ,9961 | ,9962 | ,9963 | ,9964 |
| 2,7 | ,9965 | ,9966 | ,9967 | ,9968 | ,9969 | ,9970 | ,9971 | ,9972 | ,9973 | ,9974 |
| 2,8 | ,9974 | ,9975 | ,9976 | ,9977 | ,9977 | ,9978 | ,9979 | ,9979 | ,9980 | ,9981 |
| 2,9 | ,9981 | ,9982 | ,9982 | ,9983 | ,9984 | ,9984 | ,9985 | ,9985 | ,9986 | ,9986 |
| 3,0 | ,9987 | ,9987 | ,9987 | ,9988 | ,9988 | ,9989 | ,9989 | ,9989 | ,9990 | ,9990 |
| 3,1 | ,9990 | ,9991 | ,9991 | ,9991 | ,9992 | ,9992 | ,9992 | ,9992 | ,9993 | ,9993 |
| 3,2 | ,9993 | ,9993 | ,9994 | ,9994 | ,9994 | ,9994 | ,9994 | ,9995 | ,9995 | ,9995 |
| 3,3 | ,9995 | ,9995 | ,9995 | ,9996 | ,9996 | ,9996 | ,9996 | ,9996 | ,9996 | ,9997 |
| 3,4 | ,9997 | ,9997 | ,9997 | ,9997 | ,9997 | ,9997 | ,9997 | ,9997 | ,9997 | ,9998 |
| 3,5 | ,9998 | ,9998 | ,9998 | ,9998 | ,9998 | ,9998 | ,9998 | ,9998 | ,9998 | ,9998 |
| 3,6 | ,9998 | ,9998 | ,9999 | ,9999 | ,9999 | ,9999 | ,9999 | ,9999 | ,9999 | ,9999 |
| 3,7 | ,9999 | ,9999 | ,9999 | ,9999 | ,9999 | ,9999 | ,9999 | ,9999 | ,9999 | ,9999 |
| 3,8 | ,9999 | ,9999 | ,9999 | ,9999 | ,9999 | ,9999 | ,9999 | ,9999 | ,9999 | ,9999 |

Feuille brouillon

Feuille brouillon