

MAT 2771 – Automne 2016

Devoir 1

Professeur: Daniel Fiorilli

Date de remise: 19 septembre 2016, 21h00

Les devoirs doivent être remis dans le casier de ce cours à l'entrée du département de mathématiques et de statistique (KED). Après la fermeture de ce casier, les devoirs ne seront plus acceptés.

1. **(3 points)** On lance une pièce de monnaie quatre fois, en notant la face obtenue après chaque lancer.
 - (i) Donner l'univers S pour cette expérience. (Il devrait contenir 16 éléments). En supposant que ces événements sont équiprobables, calculer leurs probabilités.
 - (ii) Soit $A = \{\text{obtenir deux piles et deux faces}\} \subset S$. Calculer $P(A)$.
 - (iii) Soit $B = \{\text{obtenir au moins 1 fois pile}\} \subset S$. Calculer $P(B)$.
2. **(3 points)** (Permutations)
 - (i) On a dix tâches différentes, et quinze travailleurs. Combien y a-t-il de façons d'assigner exactement un travailleur à chacune de ces tâches?
 - (ii) Même question, mais avec cinq travailleurs.
 - (iii) On veut asseoir cinq personnes à une table ronde avec cinq places. Combien y a-t-il de configurations possibles? (Attention: ici $(1,2,3,4,5)$ est équivalent à $(2,3,4,5,1)$, c'est-à-dire qu'on peut tourner la table à notre guise et on considère que c'est la même configuration.)
3. **(3 points)** Supposons que A_1, \dots, A_{2k} forment un système complet d'événements (c'est-à-dire qu'ils sont mutuellement exclusifs et exhaustifs), avec $k \geq 2$. On suppose que pour chaque $1 \leq i, j \leq k$ on a $P(A_i) = P(A_j)$, et pour chaque $k+1 \leq i, j \leq 2k$ on a $P(A_i) = P(A_j)$. Finalement on suppose que $P(A_1) = 2P(A_{2k})$. Démontrer que $P(A_2) = \frac{2}{3k}$.
4. **(4 points)** On tire 4 billes sans remise d'une urne contenant 5 billes rouges (différentes) et 13 billes bleues (différentes).
 - (i) Combien y a-t-il de façon d'obtenir autant de billes bleues que de billes rouges, sans considérer l'ordre de tirage?
 - (ii) Considérant que chaque bille a une chance égale d'être tirée, quelle est la probabilité de l'évènement en (i)?
 - (iii) Combien y a-t-il de façons d'obtenir autant de billes bleues que de billes rouges, en considérant l'ordre de tirage?
 - (iv) Considérant que chaque bille a une chance égale d'être tirée, quelle est la probabilité de l'évènement en (iii)?