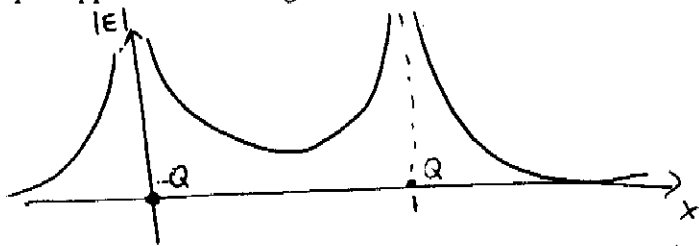


PREMIER EXAMEN INTRA-SEMESTRIEL PHY1522
9 FÉVRIER 2016, 8h30-9h50

Instructions: Seule les calculatrices Texas TI-30X ou équivalentes sont permises. Les formules mathématiques nécessaires sont fournies avec ce questionnaire. Écrire son nom et numéro d'étudiant en haut de chaque page. **L'examen a 5 questions.** Répondre à une question seulement sur la page (et le verso) de son énoncé.

1) Deux charges ponctuelles $Q_1 = -Q$ et $Q_2 = Q$ ($Q > 0$) sont placées sur l'axe des x aux positions $x=0$ m et $x=1$ m, respectivement.

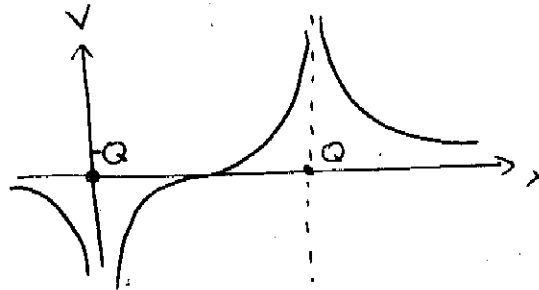
A) Donner une expression pour le champ sur l'axe des x , i.e. pour $\vec{E}(x)$, et faites un graphe approximatif de la grandeur E versus x .



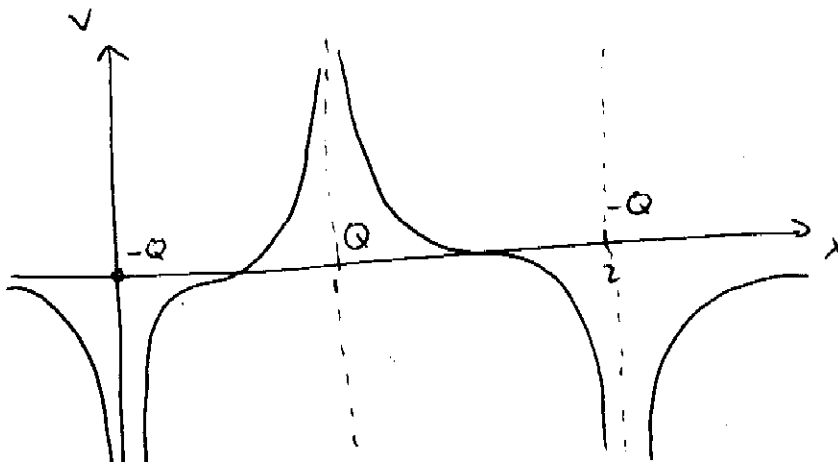
$$\vec{E}(x) = \left(-\frac{kQ}{x^2} + \frac{kQ}{(x-1)^2} \right) \hat{i}$$

B) Donner une expression pour le potentiel sur l'axe des x , i.e. pour $V(x)$, et faites un graphe approximatif de V en fonction de x .

$$V(x) = -\frac{kQ}{|x|} + \frac{kQ}{|x-1|}$$



C) On ajoute maintenant une troisième charge $Q_3 = -Q$ à la position $x=2$ m. Dessinez la forme approximative du potentiel V en fonction de x .



2) Une sphère conductrice de rayon $R_1 = 2,5\text{m}$ et potentiel électrique $V_1 = 12,0\text{V}$ est à une très grande distance d'une seconde sphère conductrice de rayon $R_2 = 3,5\text{m}$ et potentiel électrique $V_2 = 8,0\text{V}$.

A) Quelle est la densité de charge sur chacune des sphères?

B) On les relie maintenant par un fil conducteur. Quelle condition doit être remplie pour que le courant cesse de circuler dans le fil?

C) Calculer les charges finales Q'_1 et Q'_2 des deux sphères.

$$a) \quad V = \frac{kQ}{R} \rightarrow Q = \frac{RV}{k}$$

$$Q_1 = \frac{R_1 V_1}{k} = \frac{(2,5)(12)}{9 \times 10^9} = 3,33 \times 10^{-9} \text{ C}$$

$$Q_2 = \frac{R_2 V_2}{k} = \frac{(3,5)(8)}{9 \times 10^9} = 3,11 \times 10^{-9} \text{ C}$$

A sphère = $4\pi R^2$

$$\sigma_1 = \frac{Q_1}{4\pi R_1^2} = \frac{3,33 \times 10^{-9}}{4\pi (2,5)^2} = 4,24 \times 10^{-11} \text{ C/m}^2$$

$$\sigma_2 = \frac{Q_2}{4\pi R_2^2} = \frac{3,11 \times 10^{-9}}{4\pi (3,5)^2} = 2,02 \times 10^{-11} \text{ C/m}^2$$

$$b) \quad V_1 = V_2$$

$$\frac{Q'_1}{R_1} = \frac{Q'_2}{R_2} \quad (1)$$

c) Par conservation de la charge

$$Q'_1 + Q'_2 = Q_1 + Q_2 = Q_{\text{tot}} = 6,44 \times 10^{-9} \text{ C}$$

avec (1)

$$Q'_1 + \frac{R_1}{R_2} Q'_1 = \frac{R_1}{R_2} Q_{\text{tot}}$$

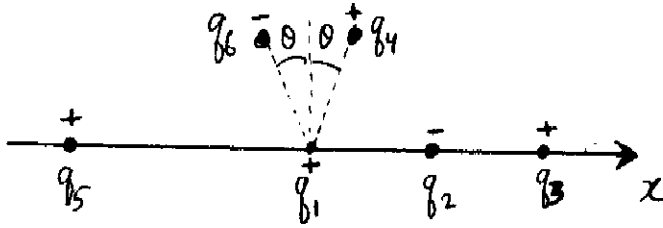
$$Q'_1 \left(\frac{R_2 + R_1}{R_2} \right) = \frac{R_1}{R_2} Q_{\text{tot}}$$

$$Q'_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} Q_{\text{tot}}$$

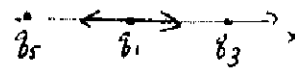
$$= 2,68 \times 10^{-9} \text{ C}$$

$$Q'_2 = Q_{\text{tot}} - Q'_1 = 3,76 \times 10^{-9} \text{ C}$$

3) La figure ci-dessous montre 6 particules chargées. La distance $a = 4,0$ cm, et $\theta = 30^\circ$. Chaque particule a la même grandeur de charge, $q = 3,0 \times 10^{-6}$ C. Les signes des charges sont indiqués sur la figure. Quelle est la force électrostatique nette \vec{F}_1 sur la charge q_1 due aux autres charges? (Noter bien: vous pouvez utiliser des arguments de symétrie pour faciliter vos calculs.)



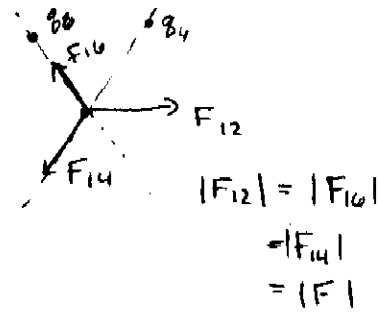
$q_5 = q_3 = q$ sont toutes deux à $2a$ de q_1
 donc sur q_1 $\vec{F}_{15} + \vec{F}_{13} = 0$



Considérons maintenant $q_4 = -q_6 = q$

$$F_{16y} + F_{14y} = 0$$

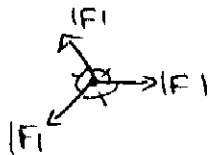
$$\begin{aligned} F_{14x} + F_{16x} &= -2 |F| \sin(30^\circ) \\ &= -2 |F| \left(\frac{1}{2}\right) \\ &= -|F| \end{aligned}$$



Avec F_{12} : $(F_{14x} + F_{16x}) + F_{12x} = -|F| + |F| = 0$

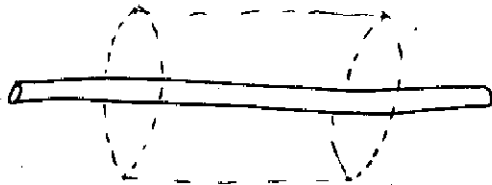
Donc $\vec{F}_{12} + \vec{F}_{14} + \vec{F}_{16} = 0$

ce qu'on aurait aussi pu déduire de la symétrie du problème



Donc la force résultante sur q_1 est nulle.

4) Un cylindre conducteur de rayon $R=40,0$ cm et de longueur infinie porte une charge de densité linéique $\lambda = 3,0 \mu\text{C m}^{-1}$. A) Quel est le module du champ électrique à $50,0$ cm du centre du cylindre dans la direction radiale? B) Quel est le module du champ électrique à $10,0$ cm du centre du cylindre dans la direction radiale?



Considérons une surface de Gauss de longueur L arbitraire, centrée sur le cylindre et de rayon $r = 50$ cm

$$\int_S \vec{E} \cdot d\vec{A} = \int_{\text{bords}} \vec{E} \cdot d\vec{A} + \int_{\text{cylindre}} \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

car sur les bords $\vec{E} \perp \vec{A}$

$$= E (2\pi r L) = \frac{\lambda L}{\epsilon_0}$$

charge dans la surface de Gauss

$$E = \frac{\lambda}{2\pi r \epsilon_0}$$

$$= \frac{2k\lambda}{r}$$

$$= \frac{2(9 \times 10^9)(3 \times 10^{-6})}{0,5} = 1,08 \times 10^5 \text{ V/m}$$

b) $\vec{E} = 0$ dans un conducteur

5) Soit une sphère parfaitement conductrice et une sphère parfaitement isolante. Ils sont sans charge nette. On les plonge dans un champ électrique externe E constant dans l'espace. Faites un dessin des lignes de champ, puis comparer la grandeur du champ électrique à l'intérieur des deux sphères.

