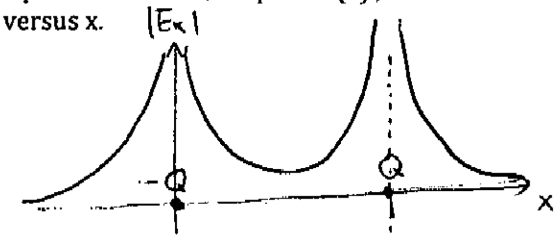
PREMIER EXAMEN INTRA-SEMESTRIEL PHY1522
9 FÉVRIER 2016, 8h30-9h50

Instructions: Seule les calculatrices Texas TI-30X ou équivalentes sont permises. Les formules mathématiques nécessaires sont fournies avec ce questionnaire. Écrire son nom et numéro d'étudiant en haut de chaque page. **L'examen a 5 questions.** Répondre à une question seulement sur la page (et le verso) de son énoncé.

1) Deux charges ponctuelles $Q_1 = -Q$ et $Q_2 = Q$ $(Q>0)$ sont placées sur l'axe des x aux positions x=0 m et x=1 m, respectivement.

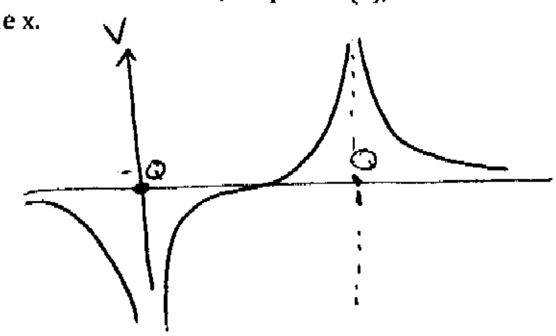
A) Donner une expression pour le champ sur l'axe des x, i.e. pour $\vec{E}(x)$, et faites un graphe approximatif de la grandeur E versus x.

$$\vec{E}(x) = \left(-\frac{kQ}{x^2} + \frac{kQ}{(x-1)^2} \right) \hat{i}$$

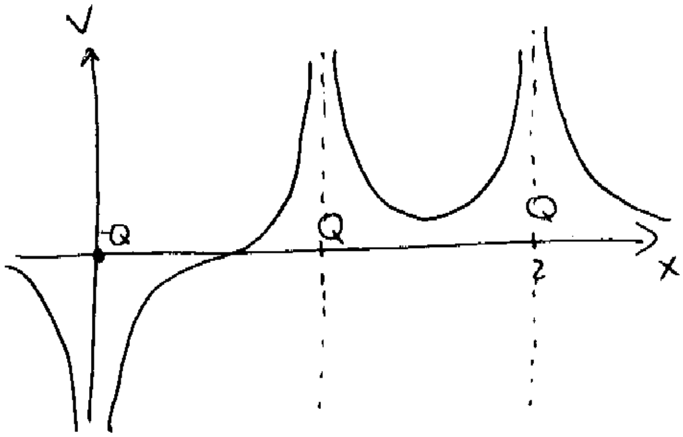


B) Donner une expression pour le potentiel sur l'axe des x, i.e. pour V(x), et faites un graphe approximatif de V en fonction de x.

$$V(x) = \frac{-kQ}{|x|} + \frac{kQ}{|x-1|}$$



C) On ajoute maintenant une troisième charge $Q_3 = Q$ à la position x=2 m. Dessinez la forme approximative du potentiel V en fonction de x.



2) Une sphère conductrice de rayon R_1 =1,5m et potential électrique V_1 =5,0V est à une très grande distance d'une seconde sphère conductrice de rayon R_2 = 2,5m et potential électrique V_2 =7,0V.

A) Quelle est la densité de charge sur chacune des sphere?

B) On les relie maintenant par un fil conducteur. Quelle condition doit être remplie pour que le courant cesse de circuler dans le fil?

C) Calculer les charges finales Q'_1 et Q'_2 des deux sphères.

a) $V = \frac{kQ}{R} \longrightarrow Q = \frac{RV}{K}$ $\qquad A_{sphère} = 4\pi R^2$.

$$Q_1 = \frac{R_1 V_1}{k} = \frac{1.5\,(5)}{9\times10^9} = 8,33\times10^{-10}\ C$$

$$Q_2 = \frac{R_2 V_2}{k} = \frac{2,5\,(7)}{9\times10^9} = 1,94\times10^{-9}\ C$$

$$\sigma_1 = \frac{Q_1}{4\pi R_1^2} = \frac{8.33\times10^{-10}}{4\pi\,(1,5)^2} = 2,95\times10^{-11}\ C/m^2.$$

$$\sigma_2 = \frac{Q_2}{4\pi R_2^2} = \frac{1,94\times10^{-9}}{4\pi\,(2.5)^2} = 2,47\times10^{-11}\ C/m^2$$

b) $V_1 = V_2 \quad \longrightarrow \quad \frac{Q_1'}{R_1} = \frac{Q_2'}{R_2} \qquad (1)$

c) Conservation de la charge

$$Q_1' + Q_2' = Q_1 + Q_2 = Q_{tot} = 2,77\times10^{-9}\ C$$

avec (1)

$$Q_1' + \frac{R_1}{R_2}Q_1' = \frac{R_1}{R_2}Q_{tot}$$

$$Q_1'\left(\frac{R_2+R_1}{\cancel{R_2}}\right) = \frac{R_1}{\cancel{R_2}}Q_{tot}$$

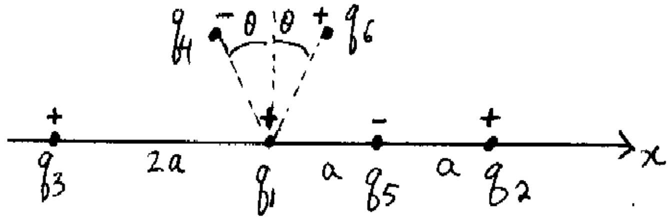
$$Q_1' = \frac{R_1}{R_1+R_2}Q_{tot}$$

$$= 1,04\times10^{-9}\ C$$

$$Q_2' = Q_{tot} - Q_1'$$

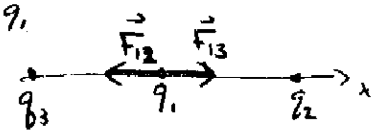
$$= 1,73\times10^{-9}\ C$$

3) La figure ci-dessous montre 6 particules chargées. La distance **a** = 3,0 cm, et θ = 30°. Chaque particule a la même grandeur de charge, q= 3,0 x 10^{-6} C. Les signes des charges sont indiquées sur la figure. Quelle est la force électrostatique nette $\vec{F}_1$ sur la charge **q_1** due aux autres charges? (Noter bien: vous pouvez utiliser des arguments de symétrie pour faciliter vos calculs.)

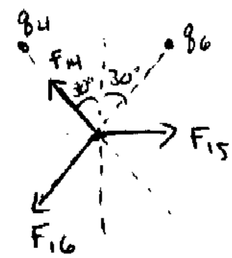


$q_3 = q_2 = q$ sont toutes deux à 2a de q_1

donc sur q_1 $\vec{F_2} + \vec{F_4} = 0$



Considérons maintenant $q_4 = q_6 = q$.



$|F_{14}| = |F_{16}|$
$= |F_{15}|$
$= |F|$

$F_{14y} + F_{16y} = 0$

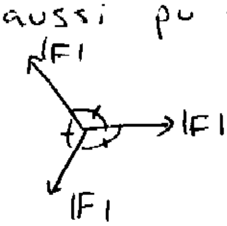
$$
\begin{aligned}
F_{14x} + F_{16x} &= -2\ |F|\ \sin\theta \\
&= -2\ |F|\ \sin 30 \\
&= -2\ |F|\ (\tfrac{1}{2}) \\
&= -|F|
\end{aligned}
$$

avec q_5.

$(F_{14x} + F_{16x}) + F_{15x} = -|F| + |F| = 0$

donc $\vec{F_{14}} + \vec{F_{16}} + \vec{F_{15}} = 0$

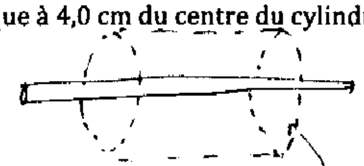
Ce qu'on aurait aussi pu remarquer avec la Symétrie



Donc la force résultante sur q_1 est nulle.

4) Un cylindre conducteur de rayon R=20,0 cm et de longueur infinie porte une charge de densité linéique $\lambda = 2{,}0\ \mu C\ m^{-1}$. A) Quel est le module du champ électrique à 25,0 cm du centre du cylindre dans la direction radiale? B) Quel est le module du champ électrique à 4,0 cm du centre du cylindre dans la direction radiale?

a)



car sur les bouts $\vec{E} \perp \vec{A}$

Considérons une surface de Gauss de longueur L arbitraire, centrée sur le cylindre et de rayon r = 25,0 cm.

$$\oint_{\text{surface de Gauss}} \vec{E}\cdot d\vec{A} = \int_{\text{bouts}} \vec{E}\cdot d\vec{A} + \int_{\text{cylindre}} \vec{E}\cdot d\vec{A}$$

$$= E\,(2\pi r L) = \frac{\lambda L}{\varepsilon_0}$$

charge dans le cylindre

$$E = \frac{\lambda}{2\pi r \varepsilon_0} = \frac{2k\lambda}{r} = \frac{2\,(9\times10^{9})\,(2{,}0\times10^{-6})}{(0{,}250)} = 1{,}44\times10^{5}\ \text{V/m}$$

b) $\vec{E} = 0$ dans un conducteur

5) Soit une sphère parfaitement conductrice et une sphère parfaitement isolante. Ils sont sans charge nette. On les plonge dans un champ électrique externe E constant dans l'espace. Faites un dessin des lignes de champ, puis comparer la grandeur du champ électrique à l'intérieur des deux sphères.