Examen final

MAT 1739 B

Durée: 3h

Place: GYM F

Enseignant: Truong Nguyen-Ba

28 avril, 2010

14:00-17:00

Nom: ______________________________

No. d'étudiant: ____________________

- À livre fermé.
- Seules les calculatrices non-programmables, non graphiques sont autorisées.
- Il y a huit questions d'une valeur de 100 points au total.
- Donner le détail de vos calculs.
- S'il vous plaît répondez aux questions dans l'espace prévu, en indiquant clairement à quelle question vous répondez. Utilisez le verso des pages si nécessaire, mais s'il vous plaît indiquer que vous le faites.

Bonne chance!

Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Total
/10	/15	/15	/10	/15	/10	/15	/10	/100

Problème 1: (10 points)

Soit

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{4+x}-2}{x}, & \text{si } x \neq 0 \\ c, & \text{si } x = 0. \end{cases}$$

Pour quelle valeur de c, $f(x)$ est-elle continue à $x = 0$?

Problème 2: (15 points)

Trouver la dérivée des fonctions suivantes. Ne pas simplifier.

(a)

$$y = (2x^3 + 4x + 1)e^{\cos 2x}.$$

(b)

$$y = \frac{\sin 3x}{3^x + 4^x}.$$

Problème 3: (15 points)

Soit

$$f(x) = \frac{x^2 - x + 6}{x^2 - x - 6}.$$

(a) Déterminer l'ensemble de départ de la fonction

(b) Trouver les asymptotes verticales.

(c) Déterminer tous les points de minimum local et de maximum local, s'ils existent.

Problème 4: (10 points) Un fermier a 240 mètres de clôtures avec lesquels il envisage de faire une enceinte rectangulaire de longueur L et de largeur w pour les vaches. L'enceinte doit être divisée en 3 parties rectangulaires G, H et I par deux clôtures parallèles à l'un des côtés (le côté de longueur w). La partie rectangulaire G, la plus petite, est de longueur l et de largeur w, la partie H, un peu plus grande, est de longueur $2l$ et de largeur w et la partie I, la plus grande, est de longueur $3l$ et de largeur w. La longueur des clôtures devrait se composer de la longueur du périmètre de l'enceinte et de la longueur des deux clôtures parallèles à l'un des côtés. Trouver les dimensions L, l et w qui produisent l'enceinte ayant une superficie maximale.

Problème 5: (15 points) Soit $\vec{u} = [2, 4, -5]$, $\vec{v} = [2, -5, 3]$ et $\vec{w} = [4, -3, 2]$. Soit θ l'angle entre $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

(a) Trouver le produit scalaire $\vec{u} \cdot \vec{v}$.

(b) Trouver le produit vectoriel $\vec{u} \times \vec{v}$.

(c) Trouver $\cos\theta$ et $\sin\theta$.

(d) Trouver la projection $\mathrm{proj}_{\vec{u}}\,\vec{v}$ du vecteur $\vec{v}$ sur $\vec{u}$.

(e) Trouver le volume du parallélépipède défini par $\vec{u}$, $\vec{v}$ and $\vec{w}$.

Problème 6: (10 points)

(a) Trouver l'équation vectorielle de la droite dans l'espace bidimensionnelle qui est perpendiculaire à $-4x + 5y = 7$ et qui passe par le point $(-3, 4)$.

(b) Trouver l'équation paramétrique de la droite dans l'espace tridimensionnelle qui est parallèle à l'axe des z et qui passe par le point $(7, -2, 4)$.

Problème 7: (15 points) Dans l'espace tridimensionnelle,

(a) Déterminer l'équation paramétrique et vectorielle

(a.1) du plan dont l'équation est

$$x + 2y + z = 0 \tag{0.1}$$

(a.2) de la droite (D) déterminée par le système de deux équations

$$x + 2y + z = 0 \tag{0.2}$$
$$x + y + 2z - 1 = 0 \tag{0.3}$$

(b)

(b.1) Déterminer le point d'intersection P de la droite (D) trouvée à la question (a.2) et le plan

$$y + z + 1 = 0 \tag{0.4}$$

(b.2) Est-ce que les coordonnées du point P forment une solution du système de trois équations (0.2),(0.3) et (0.4) ?

Problème 8: (10 points)

Indiquer si l'énoncé est vrai ou faux. Justifier votre réponse.

(a) Si $\text{proj}_{\vec{v}}\,\vec{u} = \text{proj}_{\vec{u}}\,\vec{v}$, alors $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$.

(b) $\vec{u} \times \vec{v} = \vec{v} \times \vec{u}$.

(c) $\vec{u} \cdot (\vec{u} \times \vec{v}) = 0$.

(d) Dans l'espace tridimensionnel, un système de deux plans ne peut pas avoir exactement une solution.

Feuille supplémentaire