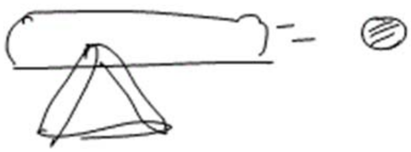
Nom: No d'étudiant: Jeudi le 20 novembre 2014

PHY 1521 test no. 2

Q1 (6 points). Un canon de **200 kg** placé sur la glace tire un boulet de **10 kg** horizontalement à une vitesse de 400 m/s.

(a) Quelle est la vitesse initiale de recul du canon?

(b) Si le coefficient de frottement μ_c **= 0.3** quelle est la distance de recul?



a) Initialement $P_{total} = 0$

une fois le boulet tiré

$P_{total} = -MV_c + mV_0 = 0$

$M = 800kg$

$m = 10kg$

ou $V_c = \frac{mV_0}{M} = \frac{10 \times 400}{200} = 20 m/s$

b) $K_{canon} = \frac{1}{2}MV_c^2 = \frac{1}{2}200 \times 20^2 = 4 \times 10^4 J$

$E_f = 0 = E_i + W_{m.c} = \frac{1}{2}MV_c^2 - \mu_c M g d$

ou $d = \frac{1}{2}\frac{\cancel{M}V_c^2}{\mu_c \cancel{M} g} = \frac{1}{2} \times \frac{400}{0,3 \times 9,8} = 68 m$

Q2 (6 points). Une voiture de **2000 kg** monte une côte d'angle **10^o** à **60 km/h**. Quelle puissance le moteur utilise-t-il en W et en h.p. pour grimper la côte ?

$60 km/h = \frac{60}{3,6} m/s = 16,7 m/s$

en 1s distance parcourue $= 16,7 m$

$\Rightarrow$ hauteur grimpée $= 16,7 \times \sin 10° = 2,9 m$

gain en énergie potentielle $= mgh = 2000 \times 9,8 \times 2,9$

$= 56,838 J$

donc puissance fournie par le moteur pour la montée

$= 56,8 kW = 76 h.p$

Q3 (6 points). Une horloge a une trotteuse (l'aiguille des secondes) de 10 cm de long et de masse 70 g.

a) Quelle est la vitesse du bout de la trotteuse ?
b) Quelle est l'énergie cinétique de la trotteuse ?

(*Indice :* Supposer que la trotteuse est une tige fixée à un bout.)

a) La trotteuse fait un tour par minute

ou $\omega = 2\pi/60 = 0{,}105$ rad/s

le bout est à 10 cm du centre de rotation

donc $v = r\omega = 0{,}1 \times 0{,}105 = 1{,}05$ cm/s

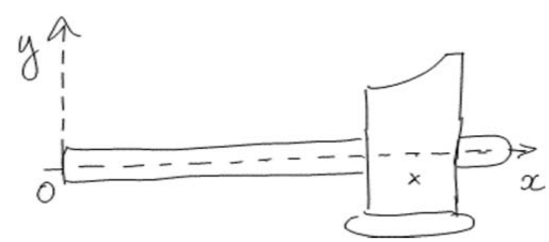
b) moment d'inertie de la trotteuse $I = \frac{1}{3}ML^2$

ou $I = \frac{1}{3} \times 0{,}07 \times (0.1)^2 = 0{,}23 \times 10^{-3}$ kg.m²

$K = \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{1}{2} \times 0{,}23 \times 10^{-3} \times (0{,}105)^2$

$= 1{,}3 \times 10^{-6}$ J

Q4 (6 points). Où est le centre de masse d'un marteau avec un manche homogène de **100 g** et de longueur **30 cm** ? Le centre de masse de la lame de masse **750g** a des coordonnées (**27 cm, -2 cm**) avec l'origine des axes à l'autre bout du manche (voir dessin).



Centre de masse du manche à x.

" " de la lame à $x_2 = 27$ cm, $y_2 = -2$ cm

centre de masse de la hache

à $x_R = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2} = \frac{0{,}1 \times 15 + 0{,}75 \times 27}{0{,}850} = 25{,}6$ cm

$y_R = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2}{m_1 + m_2} = \frac{0{,}1 \times 0 + 0{,}750 \times (-2)}{0{,}850} = -1{,}76$ cm

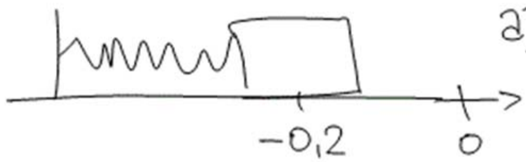
Nom: PHY1521 Test no. 2

No d'étudiant: Jeudi le 20 novembre 2014

Q5 (10 points). On comprime de **20 cm** un ressort (***k* = 8 N/m**) à l'aide d'un bloc de **0,3 kg**. Quand on relâche le bloc, sur une surface horizontale de coefficient de frottement **μ_c = 0.15** ;

a) à quelle vitesse passe-t-il au point d'extension nulle, qu'on appellera l'origine ?

b) à quelle distance de l'origine s'arrête-t-il ?



a) $E_i = \frac{1}{2}kx_i^2 + 0$

$= \frac{1}{2} \times 8 \times (-0,2)^2 = 0,16\,J$

$E_f = \frac{1}{2}k(0)^2 + \frac{1}{2}mv^2 = E_i + W_{nc}$

$= \frac{1}{2}kx_i^2 - f_c|x_i| = 0,16\,J - \mu_c mg|x_i|$

$= 0,16 - 0,15 \times 0,3 \times 9,8 \times 0,2$

$= 0,16 - 0,09 = 0,07\,J$

$\frac{1}{2}mv^2 = 0,07\,J$ ou $v^2 = \frac{2 \times 0,07}{0,3} = 0,48\,m^2/s^2$

ou $v = 0,69\,m/s$

(b) $E_f = \frac{1}{2}kx_f^2 + 0 = \frac{1}{2}kx_i^2 - f_c|x_f - x_i|$

ou $|x_f - x_i| = \frac{1}{2}k(x_i^2 - x_f^2)/f_c$

$\Rightarrow -\cancel{(x_f - x_i)}(x_f + x_i) = \frac{2\mu_c mg}{k}\cancel{|x_f - x_i|}$

$-(x_f + x_i) = \frac{2 \times 0,15 \times 0,3 \times 9,8}{8} = 0,11$

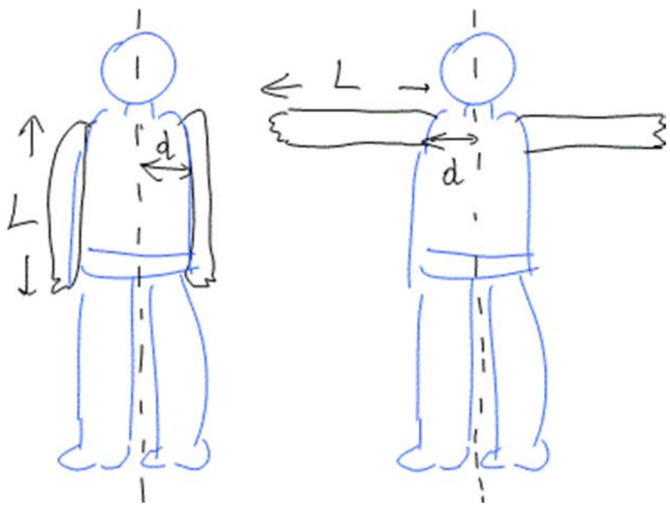
ou $-x_f + 0,2 = 0,11 \Rightarrow x_f = 0,09\,m = 9\,cm$

ou $\frac{1}{2}kx_f^2 = 0,16 - \underbrace{\mu_c mg}_{0,44}(x_f + 0,2)$

$4x_f^2 = 0,16 - 0,09 - 0,44x_f$ ou $x_f^2 + 0,11x_f - \frac{0,07}{4} = 0$

$\Rightarrow x_f = \frac{-0,11 \pm \sqrt{0,11^2 + 0,07}}{2} = \frac{-0,11 + 0,28}{2} = 0,09\,m = 9\,cm$

Q6 (6 points) Quel est le changement du moment d'inertie d'une personne quand elle lève les bras ? Le moment d'inertie est par rapport à un axe vertical passant par le centre de masse. Supposer comme illustré que les bras sont des tiges homogènes de longueur **L = 80 cm** et de masse **5 kg**. Quand les bras sont le long du corps, la tige est verticale à une distance constante **d = 22 cm** de l'axe de rotation. Quand les bras sont levés, on va supposer que les bras sont horizontaux à une distance **d** du corps.



Les bras baissés contribuent au I total

$$I_1 = 2 \times [M d^2] = 2 \times 5 \times (0{,}22)^2 = 0{,}48 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$$

Les bras levés $I_2 = 2M(d + L/2)^2 + 2\left(\frac{1}{12} M L^2\right)$

$$I_2 = 2M\left(d^2 + dL + \frac{L^2}{4}\right) + \frac{2}{12} M L^2 \qquad \frac{1}{4} + \frac{1}{12} = \frac{1}{3}$$

$$= 2M\left(d^2 + dL + \frac{L^2}{3}\right) = 2 \times 5\left((0{,}22)^2 + 0{,}22 \times 0{,}8 + \frac{0{,}8^2}{3}\right)$$

$$= 4{,}38 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$$

$$\Delta I = I_2 - I_1 = 4{,}38 - 0{,}48 = 3{,}90 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$$

Nom: PHY1521 Test no. 2

No d'étudiant: Jeudi le 20 novembre 2014

Formules

Pour a_x = const. , $v_x = v_{x0} + a_x t$, $x = x_0 + v_{x0}t + ½a_x t^2$, $v_x^2 - v_{x0}^2 = 2\, a_x\, \Delta x$

Portée $P = v_0^2 \sin 2\theta_0 / g$,

$a_r = v^2/r$, $T = 2\pi/\omega$, $v = \omega r$; $x' = x - vt$, $y'=y$, $z'=z$, $t'=t$

$\sum \vec{F} = m\vec{a}$, $\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$, $f_s^{max} = \mu_s N$, $f_c = \mu_c N$,

Gravitation: $\overrightarrow{F_{1,2}} = -G\frac{m_1 m_2}{r_{12}^2}\hat{r}_{1,2}$, où $G=6{,}674 \times 10^{-11}$ Nm²/kg² ; $g_T = \frac{GM_T}{R_T^2} = 9{,}8$ m/s²

$\Delta W = \vec{F} \cdot \overrightarrow{\Delta r}$, $K = ½\, mv^2$, $U = mgh$, $U = -\frac{GMm}{r}$, $U = \frac{1}{2}kx^2$

$U_B + K_B = U_A + K_A + W_{nc} + W_{ext}$

$P = dW/dt$, $P = \vec{F} \cdot \vec{v}$, 1hp =746W,

$\vec{P} = m\vec{v}$, $\vec{F}\Delta t = \Delta\vec{p}$,

systèmes: $\vec{F}_{ext}\Delta t = \Delta\vec{P}_{total} = M\Delta\vec{v}_{CM}$, $\vec{r}_{CM} = \sum m_i \vec{r}_i / M$,

$K = K_{CM} + K_{rel} = ½\, Mv_{CM}^2 + K_{rel}$, $K_{rot} = ½\, I\, \omega^2$,

$I = \sum m_i r_i^2$, $I = I_{CM} + Md^2$

cylindre (ou disque): $I = ½\, MR^2$ (plein), $I = MR^2$ (creux);

tige: $I = \frac{1}{3}ML^2$ (bout) , $I = \frac{1}{12}ML^2$ (CM);

sphère : $I = \frac{2}{5}MR^2$ (pleine), $I = \frac{2}{3}MR^2$ (creuse)

$s = r\,\Delta\theta$, $v_t = r\,\omega$, $a_t = r\,\alpha$,

pour α=const., $\omega = \omega_0 + \alpha t$, $\theta = \theta_0 + \omega_0 t + ½\,\alpha t^2$, $\omega^2 = \omega_0^2 + 2\,\alpha(\theta - \theta_0)$

$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$, $\tau = rF_\perp = r_\perp F = rF\sin\theta$, $\sum \tau = I\alpha$,

$dW = \tau\Delta\theta$, $P = \tau\omega$,