Q1. (a) $V_{ab} = -\int_b^a \vec{E}\cdot\vec{dl}$, $\vec{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{a_r}$

Si nous prenons une distance radiale de 2 points, P et S, situé à partir de la charge $q = 30\mu C$ placé à l'origine et donc P et S sont à une distance r_1 et r_2, respectivement.

Alors, $V_{ab} = -\int_{r_2}^{r_1} \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} dr = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right]$

Posant $r_2 \to \infty$, alors le potentiel électrique du point P respectivement au point S, situé à l'infini, est connu sous le nom de potentiel absolue. Ainsi le potentiel absolue au point $P(r_1 = R)$ est

$$V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

et $R = \frac{q}{V(4\pi\varepsilon_0)} = \frac{(30\times10^{-12}C)}{(500V)(4\pi)(8.854\times10^{-12}C^2/N\cdot m^2)}$

$= 5.39\times10^{-4}m$

$= 539\,\mu m$

(Noté: une surface sur laquelle le potentiel électrique demeure la même est dite une surface équipotentiel)

(b) Le volume totale de la nouvelle goutte est

$$V = 2\times\frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{8}{3}\pi(5.39\times10^{-4}m)^3 = 1.312\times10^{-9}m^3$$

Donc, le rayon de la nouvelle goutte est ainsi donné par

$$R = \left(\frac{3V}{4\pi}\right)^{1/3}$$

$$= \left[\frac{3\times(1.312\times10^{-9}m^3)}{4\pi}\right]^{1/3}$$

$$= 6.79\times10^{-4}m.$$

Ainsi, le potentiel électrique est de

$$V = \frac{kQ}{R} = \frac{(8.99\times10^9\frac{N\cdot m^2}{C^2})(60\times10^{-12}C)}{(6.79\times10^{-4}m)}$$

$$= 794V$$

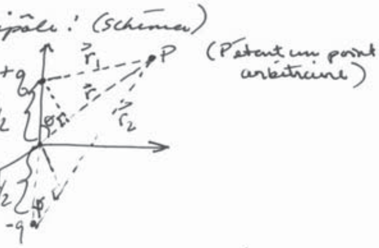
Q2. Dans Q1 nous avons démontrés que

$$V_{ab} = -\int\vec{E}\cdot\vec{dl} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right]$$

ainsi en élaborant

$$V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right] = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2}\right]$$

Ainsi, pour un dipôle: (schéma)



à partir du schéma et du point arbitraire P nous pouvons déterminer approximativement la grandeur des distances r_1 et r_2.

$r_1 \approx r - \frac{d}{2}\cos\theta$ et $r_2 \approx r + \frac{d}{2}\cos\theta$

$\Rightarrow r_1 r_2 = r^2 - (0.5d\cos\theta)^2 \approx r^2$ (car $r \gg d$)

ainsi, $V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{r_2 - r_1}{r_2 r_1}\right] = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{d\cos\theta}{r^2}\right)$

avec p (le moment dipolaire) $= qd$ $\rightarrow$

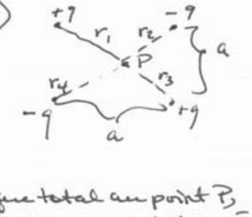
$\Rightarrow V = \frac{p\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$, dans ce cas si $\theta = 0$ puisque le point P se trouve sur l'axe du dipôle.

Donc, $V = \frac{p}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{kp}{r^2} = \frac{(9.00\times10^9\frac{N\cdot m^2}{C^2})(4.91\times10^{-30}C\cdot m)}{(52\times10^{-9}m)^2}$

$= 16.3\times10^{-6}V$

$= 16,3\,\mu V$

Q3. rép: (schéma)



Le potentiel électrique total au point P, situé au centre du carré, est donné par

$$V_P = \sum\frac{kQ_i}{r_i} = V_1 + V_2 + V_3 + V_4$$

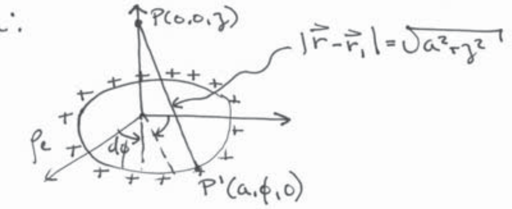
$$= \frac{k(+q)}{r_1} + \frac{(k\cdot(-q))}{r_2} + \frac{k(+q)}{r_3} + \frac{k(-q)}{r_4}$$

avec $r_1 = r_2 = r_3 = r_4$

$\Rightarrow V = 0V!$

Q4. Ce problème est résoud en utilisant un système de coordonnée cylindrique!

Schéma:



Explication: P est un point arbitraire le long de l'axe central de l'anneau, a est le rayon de l'anneau, ρ_ℓ la densité linéique, P'(a,φ,0) est un point quelconque situé sur l'anneau et finalement $|\vec{r}-\vec{r}_1|$ la distance séparant le point P du point P'.

Ainsi, le potentiel au point P(0,0,z) sur l'axe des z est:

$$V(z) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^{2\pi}\frac{\rho_\ell a\,d\phi}{\sqrt{a^2+z^2}} \quad \text{(coordonnées cylindrique)}$$

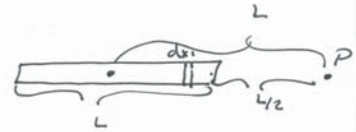
$$= \frac{\rho_\ell a\,(\cancel{2\pi})}{2\,\cancel{4\pi}\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{\sqrt{a^2+z^2}} = \frac{\rho_\ell a}{2\varepsilon_0\sqrt{a^2+z^2}}$$

Nous cherchons le potentiel électrique au centre de l'anneau et donc à $z=0$

$$\therefore V(z=0) = \frac{\rho_\ell a}{2\varepsilon_0\sqrt{a^2+0^2}} = \frac{\rho_\ell}{2\varepsilon_0} = \frac{(2{,}2\times10^{-9}\,C/m)}{2(8.854\times10^{-12}\,\frac{C^2}{N\cdot m^2})} = 62.1\,V$$

Q5.

(Schéma)



ainsi les bornes pour r dans ce cas est $r = \frac{L}{2}+x'$ avec $0 \le x' \le L$

puisque $dV = k\lambda\frac{dx'}{r}$

$$\Rightarrow V = k\lambda\cdot\int\frac{dx'}{r} = k\lambda\int_0^L\frac{dx'}{\frac{L}{2}+x'}$$

$$= k\lambda\cdot\left[\ln\left|\frac{L}{2}+x'\right|\right]_0^L \quad \text{(voir tables d'intégration)}$$

$$= k\lambda\cdot\left[\ln\left(\frac{3}{2}L\right)-\ln\left(\frac{L}{2}\right)\right]$$

et puisque $\ln(b)-\ln(a) = \ln(b/a)$

$$\Rightarrow V = k\lambda\cdot\ln\left(\frac{3L}{\cancel{2}}\cdot\frac{\cancel{2}}{L}\right) = k\lambda\ln(3)$$

et puisque $\lambda = \frac{Q}{L}$ et $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$

$$\Rightarrow V = \frac{Q\ln(3)}{4\pi\varepsilon_0 L}$$